

УДК 532.528

## ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ДВУХФАЗНОГО ПОТОКА В КОЛЬЦЕВОМ ДИФFUЗОРЕ ВЫХОДНОЙ ЧАСТИ КОМБИНИРОВАННОГО СТВОЛА ТИПА «РАМВОJET»

И. В. КАРПЕНЧУК, кандидат технических наук,  
Д. А. ЛЕОНИК,  
В. В. ПАРМОН

*Научно-исследовательский институт пожарной безопасности и проблем чрезвычайных ситуаций МЧС Республики Беларусь, г. Минск, Беларусь*

Осуществлено изучение механики движения жидкости, получена система дифференциальных уравнений, характеризующая механику движения двухфазного потока в кольцевом диффузоре на выходе из комбинированного ствола типа «РАМВОJET», которая может быть использована для расчета геометрических параметров распыливающей головки ствола для получения заданной дисперсности.

**Ключевые слова:** жидкость, конфузор, диффузор, кавитация, уравнения движения, комбинированный пожарный ствол.

**Введение.** Общеизвестно, что свойства распыливаемой жидкости во многом определяются конструкционными особенностями используемого оборудования. Повышение эффективности использования пожарных стволов в значительной степени связано с необходимостью изучения механики движения жидкости. Это может научно обосновать подходы к совершенствованию существующих и созданию новых конструкций ствольного оборудования для тушения пожаров.

**Основная часть.** С целью изучения механики движения жидкости в комбинированных стволах типа «РАМВОJET» рассмотрим движение жидкости в проточном тракте выходной части ствола. В режиме распыливания проточный тракт выходной части представляет собой кольцевую трубу Вентури с криволинейным конфузором и диффузором с расширением по одной стороне. Наиболее эффективным методом распыливания является кавитационное диспергирование в выходной части комбинированного ствола. Рассмотрим двухфазное кавитационное течение в диффузорной части комбинированного ствола. Выберем расчетную схему, представленную на рис. 1.

При выводе уравнений движения используем методы С. С. Кутатителадзе [1] и последовательность вывода уравнений движения в [2]. Обозначим газосодержание  $\psi$  следующим образом:

$$\psi(x_o, t_o) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_o}^{t_o + \Delta t} \psi'(x_o, t) dt, \quad (1)$$

где  $\psi'(x_o, t)$  доля площади  $\omega_x$ , занятая газообразной фракцией в момент времени  $t$ ,

$\Delta t \gg \frac{1}{n}$ , где  $n$  – частота прохождения отдельных образований газообразной фракции через сечение  $\omega_{x_o}$ .

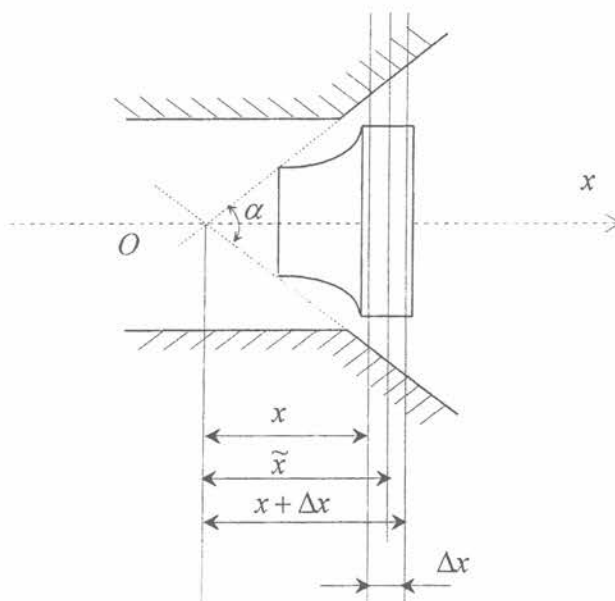


Рисунок 1 - Расчетная схема движения жидкости на выходе из комбинированного ручного ствола при распыливании

В дальнейших выводах и преобразованиях используем следующие обозначения осредненных по времени и сечениям  $\omega_x$  величин:

- $\tau$  – касательные напряжения на стенках кольцевого диффузора;
- $\sigma$  – нормальные напряжения на стенках;
- $p$  – давление в сечениях, нормальных к оси  $Ox$ ;
- $\rho, \rho_o$  – плотность жидкой и газообразной фаз соответственно;
- $\vartheta, \vartheta_o$  – скорости жидкой и газообразной фаз.

При выводе уравнений движения используем общепринятый принцип, т. е. закон сохранения импульса.

Определим проекции на ось  $Ox$  сил, действующих на элементарный участок диффузора, заключенный между сечениями  $\omega_x$  и  $\omega_{x+\Delta x}$ .

Массовые силы:

$$G = g_x \iiint_W [(1-\psi)\rho + \psi\rho_o] dw = g_x \int_x^{x+\Delta x} d\tilde{x} \int_{\omega_x} [(\rho_o - \rho)\psi + \rho] dydz, \quad (2)$$

где  $g_x$  – проекция ускорения свободного падения на ось  $Ox$ ;

$W$  – объем кольца между сечениями  $\omega_x$  и  $\omega_{x+\Delta x}$ ;

$\tilde{x}$  – координата промежуточного сечения между сечениями  $\omega_x$  и  $\omega_{x+\Delta x}$ .

$$G = g_x \int_x^{x+\Delta x} [(\rho_o - \rho)\psi + \rho] d\tilde{x} = g_x \int_x^{x+\Delta x} \pi \left( \tilde{x}^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} - r^2 \right) [(\rho_o - \rho)\psi + \rho] d\tilde{x}, \quad (3)$$

где  $r$  – радиус тарельчатого рассекателя, меняющего структуру струи.

Силы трения на стенках диффузора будут равны:

$$\vec{T} = \iint_{\omega'_{cm}} \vec{\tau}' d\omega + \iint_{\omega''_{cm}} \vec{\tau}'' d\omega, \quad (4)$$

где  $\omega'_{cm}$  – боковая поверхность внешней стенки кольцевого диффузора;

$\omega''_{cm}$  – боковая поверхность внутренней стенки кольцевого диффузора;

$\tau'$  – касательное напряжение на внешней стенке  $\tau' = \tau$ ;

$\tau''$  – касательные напряжения на внутренней стенке.

Примем схему распределения касательных напряжений в соответствии с рис. 2, тогда  $\tau'' = \tau \cos \alpha/2$ .

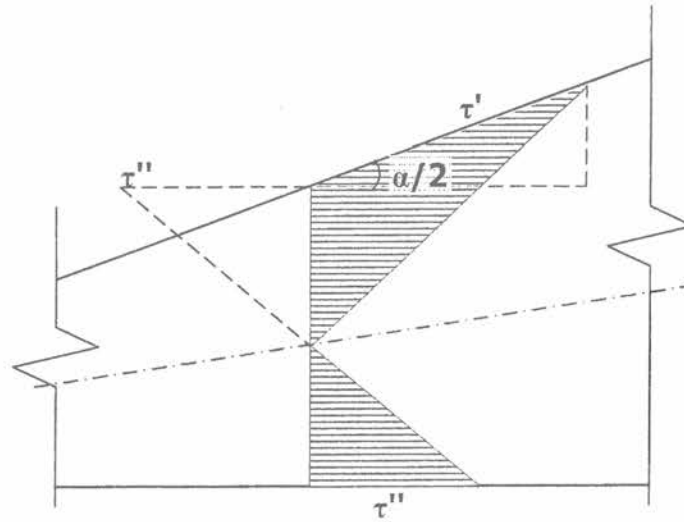


Рисунок 2 - Построение эпюры касательных напряжений в кольцевом диффузоре

$$\iint_{\omega'_{cm}} \vec{\tau}' d\omega = \int_x^{x+\Delta x} \frac{d\tilde{x}}{\cos \frac{\alpha}{2}} \int_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{\tilde{x}}} \vec{e}_\tau dl, \quad (5)$$

где  $\vec{e}_\tau$  – вектор единичной длины, сонаправленный с  $\tau$ ;

$l'_x$  – длина окружности радиуса  $\tilde{x} \operatorname{tg} \alpha/2$ .

$$\int_{l'_x} \vec{e}_\tau dl = -2\pi \vec{e}_o \tilde{x} \cos \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, \quad (6)$$

где  $\vec{e}_o = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  - единичный вектор сонаправленный с осью  $O'x$ .

$$\iint_{\omega''} \tau'' d\omega = \iint_{\omega''} \tau \cos \frac{\alpha}{2} d\omega = -2\pi r^2 \tau \cos \frac{\alpha}{2}, \quad (7)$$

Тогда в проекции на ось  $Ox$  получим:

$$T = - \int_x^{x+\Delta x} 2\pi g \frac{\alpha}{2} \tilde{x} d\tilde{x} - \int_x^{x+\Delta x} 2\pi \cos \frac{\alpha}{2} r \tau d\tilde{x} = -2\pi \tau \int_x^{x+\Delta x} \left( tg \frac{\alpha}{2} \tilde{x} + r \cos \frac{\alpha}{2} \right) d\tilde{x}, \quad (8)$$

При определении сил реакции стенок получим:

$$\vec{N} = \iint_{\omega'_{cm}} \vec{\sigma}' d\omega + \iint_{\omega''_{cm}} \vec{\sigma}'' d\omega, \quad (9)$$

В проекции на ось  $Ox$  аналогично, как и в случае определения сил трения, получим. В проекции на ось  $Ox$   $\iint_{\omega'_{cm}} \vec{\sigma}' d\omega = 0$ .

$$N = 2\pi \int_x^{x+\Delta x} tg^2 \frac{\alpha}{2} \tilde{x} d\tilde{x}, \quad (10)$$

Определим поверхностные силы (силы давления), действующие на площадки сечений  $\omega_x$  и  $\omega_{x+\Delta x}$ , ограничивающие элементарный участок  $\Delta x$ .

$$F = p(x,t) \omega_x - p(x+\Delta x,t) \omega_{x+\Delta x} = -\omega_{x+\Delta x} [p(x+\Delta x,t) - p(x,t)] p(x,t) (\omega_x - \omega_{x+\Delta x}), \quad (11)$$

$$F = -\pi \left[ tg^2 \frac{\alpha}{2} (x+\Delta x)^2 - r^2 \right] \int_x^{x+\Delta x} \frac{\partial p}{\partial x} d\tilde{x} + p \left\{ \pi \left( tg^2 \frac{\alpha}{2} x^2 - r^2 \right) - \pi \left[ tg^2 \frac{\alpha}{2} (x+\Delta x)^2 - r^2 \right] \right\}, \quad (12)$$

Осредненную по сечению скорость можно записать [1, 2]:

$$\bar{g} = \frac{1}{\Delta t \sum_i \omega_i} \int_{\Delta t} \left( \sum_{\omega_i} \int g d\omega \right) dt, \quad \Delta t \gg 1, \quad (13)$$

где  $n$  – средняя частота прохождения отдельных фракций данного компонента через данное сечение.

Для элементарного участка кольцевого диффузора, заключенного между сечениями  $\omega_x$  и  $\omega_{x+\Delta x}$  ( $\Delta x \ll 1$ , при этом заменяем  $\Delta x$  на  $dx$ ), запишем закон изменения импульса (без учета взаимодействия на границе раздела фаз [3]). Используя соотношения (3), (8), (10), (12), учитывая, что для непрерывной функции

$$\int_x^{x+\Delta x} f(\tilde{x}) d\tilde{x} = f(x) dx \quad (\text{с точностью до членов 2-го порядка малости}), \text{ пренебре-$$

гая членами порядка малости больше единицы, запишем

$$\begin{aligned}
 & g_x \pi \left( x^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} - r^2 \right) [(\rho_o - \rho) \psi + \rho] dx - 2\pi \left( \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} x + r \cos \frac{\alpha}{2} \right) \tau dx + 2\pi \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} x \sigma dx - \\
 & - \pi \left[ \left( \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} x^2 - r^2 \right) \frac{\partial p}{\partial x} + 2 \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} x p \right] dx = (m + dm)(g - dg) + (m_o + dm_o)(g_o + dg_o) - \\
 & - m g - m_o g_o
 \end{aligned} \tag{14}$$

где  $m$  и  $m_o$  – массовые расходы жидкой и газообразной фаз соответственно. В правой части уравнения (14) записано изменение импульса от сечения  $\omega_x$  до сечения  $\omega_{x+\Delta x}$ . Для преобразований используем соотношения:

$$dm = \pi \left\{ - \left( \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} x^2 - r^2 \right) \frac{\partial(\psi \rho)}{\partial t} dx + \frac{\partial}{\partial x} \left[ (1 - \psi) \rho \left( \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} x^2 - r^2 \right) \right] dx \right\}, \tag{15}$$

$$\frac{dg_i}{dx} = \frac{1}{v_i} \frac{\partial g_i}{\partial t} + \frac{\partial g_i}{\partial x}, \tag{16}$$

$$d(m + m_o) = 0 \text{ (постоянство массового расхода)} \tag{17}$$

После подстановки этих соотношений в (14) и преобразований, пренебрегая величинами 2-го и 3-го порядка малости, получим:

$$\begin{aligned}
 & g_x [(\rho_o - \rho) \psi + \rho] - \frac{2\tau \left( \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} x + r \cos \frac{\alpha}{2} \right)}{\left( \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} x^2 - r^2 \right)} + \frac{2 \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} x \sigma}{\left( \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} x^2 - r^2 \right)} - \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{2 \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} x p}{\left( \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} x^2 - r^2 \right)} = \\
 & = \psi \rho_o \left( \frac{\partial g_o}{\partial t} + v_o \frac{\partial v_o}{\partial x} \right) + (1 - \psi) \rho \left( \frac{\partial g}{\partial t} + g \frac{\partial g}{\partial x} \right) + \\
 & + (g - g_o) \left\{ - \frac{\partial(\psi \rho_o)}{\partial t} + \frac{1}{\left( \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} x^2 - r^2 \right)} \frac{\partial}{\partial x} \left[ (1 - \psi) \rho \left( \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} x^2 - r^2 \right) g \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{18}$$

К полученному уравнению добавили уравнение неразрывности, которое в данном случае примет вид:

$$\pi \left\{ \left( \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} x^2 - r^2 \right) \frac{\partial}{\partial t} [\rho_o \psi + (1 - \psi) \rho] + \frac{\partial}{\partial x} \left( \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} x^2 - r^2 \right) [\rho_o \psi g_o + \rho (1 - \psi) g] \right\}, \tag{19}$$

В случае установившегося движения уравнения (18) и (19) примут вид:

$$g_x[(\rho_o - \rho)\psi + \rho] - \frac{2\tau \left( tg^2 \frac{\alpha}{2} x + r \cos \frac{\alpha}{2} \right)}{\left( tg^2 \frac{\alpha}{2} x^2 - r^2 \right)} + \frac{2tg^2 \frac{\alpha}{2} x\sigma}{\left( tg^2 \frac{\alpha}{2} x^2 - r^2 \right)} - \frac{dp}{dx} - \frac{2tg^2 \frac{\alpha}{2} xp}{\left( tg^2 \frac{\alpha}{2} x^2 - r^2 \right)} =$$

$$= \psi\rho_o g_o \frac{d g_o}{dx} + (1-\psi)\rho g \frac{d g}{dx} + \frac{g - g_o}{\left( tg^2 \frac{\alpha}{2} x^2 - r^2 \right)} \frac{d}{dx} \left[ (1-\psi)\rho \left( tg^2 \frac{\alpha}{2} x^2 - r^2 \right) g \right]$$
(20)

$$\pi \left( tg^2 \frac{\alpha}{2} x^2 - r^2 \right) [\rho_o \psi g_o + \rho(1-\psi)g] = const. \quad (21)$$

Полученная незамкнутая система уравнений (20) и (21) с восемью неизвестными ( $\tau, \sigma, p, \psi, g, g_o, \rho, \rho_o$ ) характеризует движение двухфазного распыливаемого потока жидкости в кольцевом диффузоре комбинированного ручного ствола типа «РАМВОJET».

Для упрощения и замыкания полученной системы уравнений сделаем следующим допущением. Массовые силы, действующие на жидкость, находящуюся в кольцевом диффузоре, много меньше сил давления и сил трения, поэтому первым членом уравнения (20) можно пренебречь.

При работе ствола рабочей жидкостью является вода, поэтому можем считать, что  $\rho = const$  и  $\rho \gg \rho_o$ , а величины  $g$  и  $g_o$ ,  $\frac{d g}{dx}$  и  $\frac{d g_o}{dx}$  - одного порядка, поэтому  $(1-\psi)\rho g \frac{d g}{dx} \gg \psi\rho_o g_o \frac{d g_o}{dx}$ .

С учетом сделанных допущений уравнения (20) и (21) примут вид:

$$-\frac{2\tau \left( tg^2 \frac{\alpha}{2} x + r \cos \frac{\alpha}{2} \right)}{\left( tg^2 \frac{\alpha}{2} x^2 - r^2 \right)} + \frac{2tg^2 \frac{\alpha}{2} x\sigma}{\left( tg^2 \frac{\alpha}{2} x^2 - r^2 \right)} - \frac{dp}{dx} - \frac{2tg^2 \frac{\alpha}{2} xp}{\left( tg^2 \frac{\alpha}{2} x^2 - r^2 \right)} = (1-\psi)\rho g \frac{d g}{dx}, \quad (22)$$

$$\pi \left( tg^2 \frac{\alpha}{2} x^2 - r^2 \right) (1-\psi)g = Q, \quad (23)$$

где  $Q$  - исходный расход жидкости.

В соответствии с [4, 5] в кавитирующем или распыленном потоке жидкости давление на стене равно давлению в сечении. Вследствие этого уравнение (22) примет вид:

$$-\frac{2\tau \left( tg^2 \frac{\alpha}{2} x + r \cos \frac{\alpha}{2} \right)}{\left( tg^2 \frac{\alpha}{2} x^2 - r^2 \right)} - \frac{dp}{dx} = (1-\psi)\rho g \frac{d g}{dx}. \quad (24)$$

**Выводы.** Полученная система дифференциальных уравнений характеризует механику движения двухфазного потока в кольцевом диффузоре на выходе из комбинированного ствола типа «RAMBOJET» и может быть использована при расчете геометрических параметров распыливающей головки ствола для получения заданной дисперсности.

### Литература

1. Кутителадзе С. С. Гидродинамика газожидкостных систем. - М.: Энергия, 1976. - 296 с.
2. Карпенчук И. В., Аушев И. Ю., Петуховский С. Г., Пармон В. В. Неравномерное движение двухфазного потока в диффузоре смесителя ПС-5 // Чрезвычайные ситуации предупреждение и ликвидация, 2005, С. 154 - 160.
3. Rayleigh O. M. On the pressure developed in a lined during the collapse of a spherical caring. «Phyl. Mag.», 1977. v.34, № 200, P. 94 - 98.
4. Арзуманов Э. С. Кавитация в местных гидравлических сопротивлениях.- М.: Энергия, 1978. - 304 с.
5. Пажи Д. Г., Галустов В. С. Основы техники распыливания жидкостей.- М.: Химия, 1984. - 254 с.

*Поступила в редакцию 26.09.06.*

**Karpenchuk I., Leonik D., Parmon V.**

**DIFFERENTIAL EQUATIONS OF TWO-PHASE FLOW MOVEMENT IN AN ANNULAR DIFFUSER OF THE OUTLET IN A HAND CONTROLLED NOZZLE OF «RAMBOJET» TYPE.**

The article considers the movement mechanics of liquid, there was received the system of differential equations describing movement mechanics of a two-phase flow in an annular diffuser of the outlet in a hand controlled nozzle of «RAMBOJET» type, which can be used for calculation of geometrical parameters of a nozzle spraying head to receive the necessary dispersion.