

DOI: <https://doi.org/10.33408/2519-237X.2020.4-1.48>

УДК 532.59+627.8

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОСТРАНСТВЕННО ИЗМЕНЯЮЩЕГОСЯ НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ ПОТОКА ПРИ ПРОРЫВЕ НАПОРНЫХ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ В УСЛОВИЯХ ВЫСОКОГОРЬЯ

Стриганова М.Ю., Шаталов И.М., Самедов С.А., Недашковская И.В., Рабченя В.С.

*Цель.* Моделирование пространственно изменяющегося неустановившегося движения потока, образующегося в результате гидродинамических аварий, на горных территориях.

*Методы.* Математическое моделирование неустановившегося движения потока жидкости.

*Результаты.* При расширении неустановившегося потока по склону рельефа местности происходит распад волны на преломленную, движение которой можно описать уравнением баланса энергий с инерционной составляющей, и отраженную, которая преобразуется в пространственное прыжковое сопряжение, описываемое уравнением баланса энергии.

*Область применения исследований.* Предложенные уравнения можно использовать в качестве математической модели неустановившегося плавно изменяющегося движения воды в случае разрушения или прорыва напорного гидротехнического сооружения в условиях высокогорья.

*Ключевые слова:* математическая модель, пространственное изменение, неустановившееся движение, волны перемещения, напорное гидротехническое сооружение.

(Поступила в редакцию 26 декабря 2019 г.)

### Введение

Неустановившееся движение потока жидкости, при котором его характеристики (скорость  $v$ , глубина  $h$  и расход  $Q$ ) изменяются в пространстве и во времени, часто относят к волновому [1–3]. Отличительной чертой волн, движущихся при этом в открытых руслах водотоков и водоемов, является их способность переносить значительные расходы (массы) воды. В связи с этим такие волны называют волнами перемещения, они существенно отличаются от ветровых или колебательных (сейсмических) волн [4].

Волны перемещения делятся на две основные группы: непрерывные (длинные) и прерывные (короткие).

Непрерывная волна перемещения характеризуется медленным (постепенным) или плавно изменяющимся движением. Мгновенный продольный профиль такой волны обладает малой кривизной, при которой соблюдается неравенство:

$$\frac{2\pi h}{\lambda} < 2,65,$$

где  $h$  – глубина потока,  $\lambda$  – длина волны.

Прерывные волны характеризуются быстро изменяющимся движением. Мгновенный профиль этих волн имеет большую кривизну с резким изменением уровня воды на коротком участке и быстрым его изменением во времени. У прерывной волны перемещения вертикальный компонент ускорения имеет существенное значение, а влияние трения в русле водотока или водоема несущественно и пренебрежительно мало по сравнению с гидродинамическим эффектом (действием сил инерции) движения потока воды.

Примером медленно (постепенно) изменяющегося неустановившегося движения являются паводковые волны, движение ливневых вод, попуски в реках и т. д.

Примером быстро изменяющегося движения может быть движение воды при внезапном разрушении или прорыве плотины или других напорных гидротехнических сооружений, резкой остановке турбин гидроэлектростанций и т. д.

Неустановившееся движение, при котором наблюдается повышение или понижение уровня, называется волной одного направления. Обычно волну делят на две основные части: фронт (лоб) волны и тело волны.

Под фронтом волны понимают переднюю часть (грань) волны, имеющую гребень (наивысшую точку) и перемещающуюся с некоторой максимальной скоростью  $v_{\max}$ . Тело волны перемещается за ее фронтом и несет в себе всю массу (или объем) воды. В теле волны элементы потока изменяются постепенно (с нарастанием или убыванием) и движение потока воды здесь можно рассматривать как медленно или плавно изменяющееся.

В гидродинамической постановке задачи неустановившееся движение рассматривается одномерным, при котором изучают только средние характеристики потока (средние по величине в сечении скорости и глубины). Причиной такого движения принято считать изменение (увеличение или уменьшение) расхода  $Q$  (массы) воды в начальном и конечном сечениях (створах) рассматриваемого участка русла.

Волну, движущуюся по направлению основного сечения, называют прямой, а против течения – обратной. При возрастании уровня воды волну называют положительной, а при убывании – отрицательной. Основные рассматриваемые параметры при движении волн: отметки уровней воды в начальный  $Z_I$  и конечный  $Z_{II}$  моменты времени; расходы воды при повышении ее уровня в водоеме в начальный  $Q_0$  и конечный  $Q$  моменты времени по направлению движения потока; скорость перемещения волны  $v$ ; время повышения или понижения уровня воды в водоеме  $t$ . Всего различают четыре формы волн [1–4]:

Прямая положительная волна, или волна наполнения (рис. 1), появляется в результате увеличения расхода в начальном сечении. Она характеризуется следующими неравенствами:

– в начальном сечении

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} > 0; \quad \frac{\partial v}{\partial l} < 0,$$

где  $\omega$  – площадь живого сечения,  $m^2$ ;  $v$  – скорость потока,  $m/c$ ;  $l$  – длина рассматриваемого участка,  $m$ ;  $t$  – момент времени,  $c$ ;

– в конечном сечении

$$\frac{\partial \omega}{\partial l} < 0; \quad \frac{\partial v}{\partial t} > 0.$$

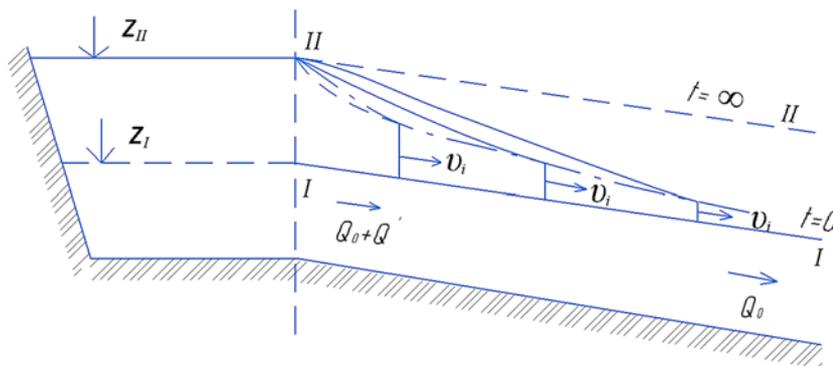


Рисунок 1. – Прямая положительная волна, или волна наполнения

Прямая отрицательная волна, или волна отлива (рис. 2), образуется в результате уменьшения расхода в начальном сечении и характеризуется следующими неравенствами:

– в начальном сечении

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} < 0; \quad \frac{\partial v}{\partial l} > 0;$$

– в конечном сечении

$$\frac{\partial \omega}{\partial l} > 0; \quad \frac{\partial v}{\partial t} < 0.$$

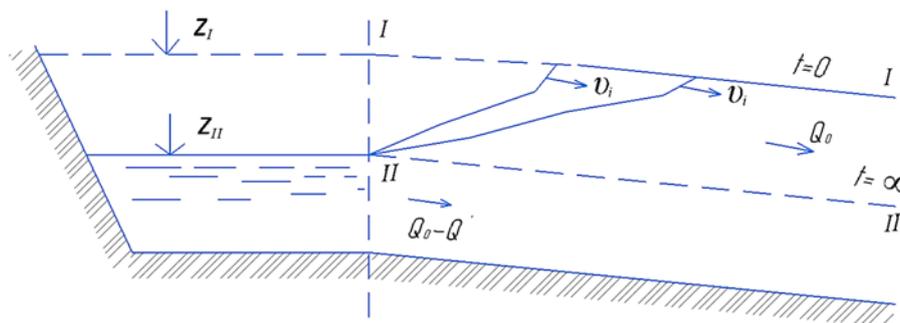


Рисунок 2. – Прямая отрицательная волна, или волна отлива

Обратная положительная волна, или волна подпора (рис. 3), образуется в результате уменьшения расхода в конечном сечении и характеризуется неравенствами:

– в начальном сечении

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} > 0; \quad \frac{\partial v}{\partial l} < 0;$$

– в конечном сечении

$$\frac{\partial \omega}{\partial l} > 0; \quad \frac{\partial v}{\partial t} < 0.$$

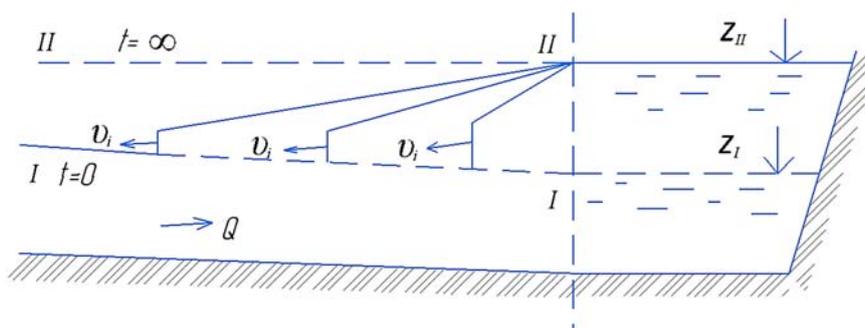


Рисунок 3. – Обратная положительная волна, или волна подпора

Обратная отрицательная волна, или волна разлива (рис. 4), образуется в результате увеличения расхода в конечном сечении и характеризуется неравенствами:

– в начальном сечении

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} < 0; \quad \frac{\partial v}{\partial l} > 0;$$

– в конечном сечении

$$\frac{\partial \omega}{\partial l} < 0; \quad \frac{\partial v}{\partial t} > 0.$$

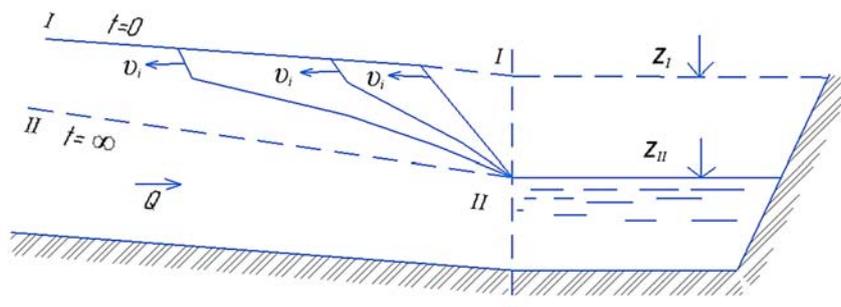


Рисунок 4. – Обратная отрицательная волна, или волна разлива

Если в конечном или в каком-либо створе открытого русла наблюдается резкое изменение поперечного сечения (сужение, расширение или преграда в русле), то волна распадается на две:

– одна из них – преломленная волна будет распространяться в основном (главном) направлении и обладать максимальной скоростью и разрушающей силой;

– другая – отраженная волна будет распространяться в обратном направлении, заполняя водой окружающее пространство.

Учитывая вышеизложенное, рассмотрим случай неустановившегося движения потока воды при разрушении или прорыве напорного гидротехнического сооружения (например, плотины), расположенного на возвышенности (на горных или холмистых рельефах местности).

### Основная часть

Ранее в работах И.В. Карпенчука, М.Ю. Стригановой [5; 6] было достаточно подробно рассмотрено медленно изменяющееся неустановившееся движение при разрушении напорного гидротехнического сооружения в виде волны прорыва, которая представляла из себя длинную прямую положительную волну перемещения

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} > 0; \quad \frac{\partial \omega}{\partial l} < 0; \quad \frac{\partial v}{\partial t} > 0; \quad \frac{\partial v}{\partial l} < 0,$$

которая перемещалась в призматическом длинном русле. Следует отметить, что такого рода волна возникает чаще всего при переливе воды через напорное сооружение или при мгновенном сбросе (опорожнении) воды из водохранилища в нижний бьеф гидротехнического напорного сооружения (рис. 1).

Математическая модель неустановившегося течения, предложенная И.В. Карпенчуком и М.Ю. Стригановой, учитывала средние характеристики потока жидкости в условиях «изолированного» течения (без стороннего или бокового притока воды) в водотоках на местности с равнинным рельефом на территории Республики Беларусь.

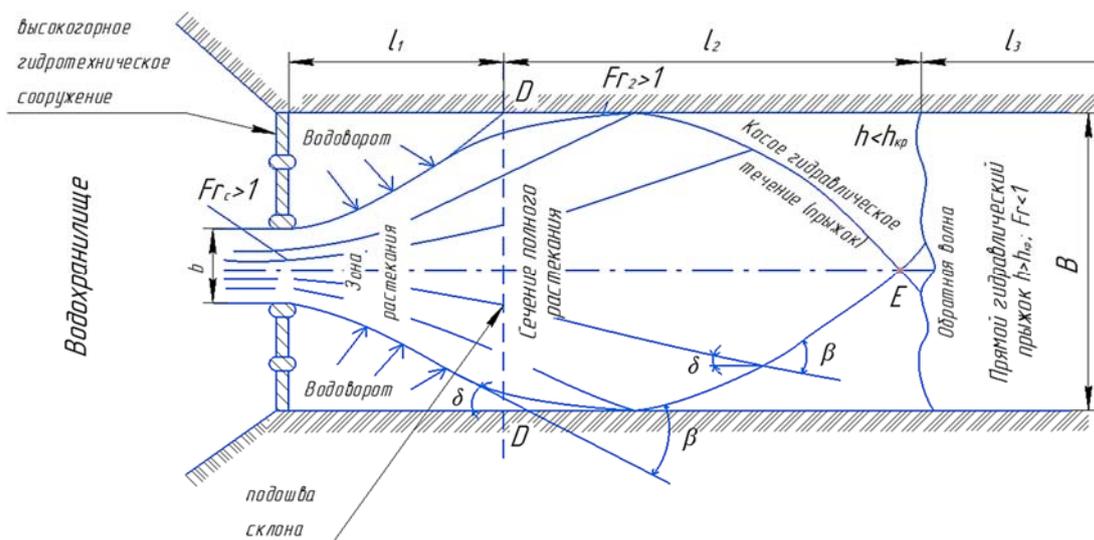
В реальных условиях (особенно в условиях возвышенностей или горного рельефа местности) разрушение напорного фронта гидротехнического сооружения (например, плотины) происходит с образованием трещины или прорана, через которые происходит относительно постепенное опорожнение водохранилища, при этом наблюдается падение уровня воды в водохранилище (рис. 2) и уменьшение расхода воды в начальном створе. В таких условиях более вероятно появление прямой отрицательной волны перемещения (рис. 2), которая сопровождается увеличением расхода в конечном сечении

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} < 0; \quad \frac{\partial \omega}{\partial l} > 0; \quad \frac{\partial v}{\partial t} < 0; \quad \frac{\partial v}{\partial l} < 0.$$

При этом на начальном, расширяющемся участке, волна является преломленной, а далее на последующих участках растекания потока волна становится отраженной (обратной) положительной с уменьшением расхода в конечном сечении, при этом соблюдаются следующие условия

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} > 0; \quad \frac{\partial \omega}{\partial l} > 0; \quad \frac{\partial v}{\partial t} < 0; \quad \frac{\partial v}{\partial l} < 0.$$

Обращает на себя внимание тот факт, что в условиях высокогорья реальным является боковой приток воды, т. е. приток воды по нормали к оси основного потока, связанный с таянием льда, снега и ливневым притоком воды, что приводит к необходимости рассмотрения условий пространственно изменяющегося неустановившегося движения (рис. 5).



$h$  – глубина потока;  $h_{кр}$  – критическая глубина;  $l_1, l_2, l_3$  – длины рассматриваемых участков;  
 $b$  – ширина прорана;  $Fr$  – число Фруда;  $\beta$  и  $\delta$  – углы растекания потока воды;  
 $B$  – максимальная ширина водотока (нижнего бьефа гидротехнического сооружения)

**Рисунок 5. – Схема растекания потока воды при условиях пространственно изменяющегося неустановившегося движения**

Анализ схемы растекания потока воды, представленный на рисунке 5, показывает, что на участке определенной длины в пределах преломленной волны перемещения (прямой отрицательной) поток будет находиться в бурном состоянии ( $h < h_{кр}$ ;  $Fr > 1$ ) и постепенно расширяться вдоль по течению, скатываясь по склону. Преломленная волна будет обладать максимальной скоростью и разрушающей силой. Далее, достигнув подошвы склона, поток будет переходить в спокойное состояние с увеличением глубины  $h$ . При этом появится отраженная обратная положительная волна, у которой глубина потока  $h$  будет увеличиваться против основного (главного) течения, что приведет к возникновению гидравлического прыжка и затоплению окружающей территории.

Если ширина нижнего бьефа гидротехнического сооружения ограничена, то различают три характерных участка установившегося движения жидкости в виде преломленной волны (рис. 5):

- участок собственного растекания, который заканчивается створом полного растекания  $l_1$ ;
- участок косоугольного течения (прыжка)  $l_2$ ;
- участок до фронта отраженной обратной положительной волны  $l_3$ .

Здесь следует обратить внимание на то, что в пределах первого участка (несмотря на то, что поток на этом участке находится в бурном состоянии) растекающийся поток можно считать постепенно изменяющимся неустановившимся и к нему можно применить уравнение баланса энергий с инерционной составляющей. Отраженная волна на втором и третьем участках представляет из себя прыжковое сопряжение, т. к. на этих участках поток движущейся жидкости (воды) переходит из бурного состояния в спокойное, вследствие его торможения при расширении и наличии препятствий различного характера. Причем на втором участке появляется, как правило, косоугольный пространственный прыжок, а на третьем участке – прямой гидравлический прыжок с образованием водоворотной вальцовой области.

Остановимся более подробно на движении преломленной волны на участке  $l_1$ , которая представляет из себя прямую отрицательную волну неустановившегося движения, при котором глубины и расход жидкости будут постепенно или плавно увеличиваться вдоль по течению.

Рассматриваемое движение воды (рис. 5) может быть описано двумя дифференциальными уравнениями: уравнением баланса расхода и уравнением динамического равновесия.

На схеме движения потока (рис. 6) обозначим  $A_1B_1$  свободную поверхность, соответствующую моменту времени  $t_1$ , а  $A_2B_2$  – моменту времени  $t_2$ . Если рассмотреть неустановившееся движение воды между сечениями 1-1 и 2-2 на бесконечно малом расстоянии  $dl$ , то для такого движения уравнение баланса расхода можно записать в виде [1–4]:

$$\frac{\partial Q}{\partial l} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = 0. \quad (1)$$

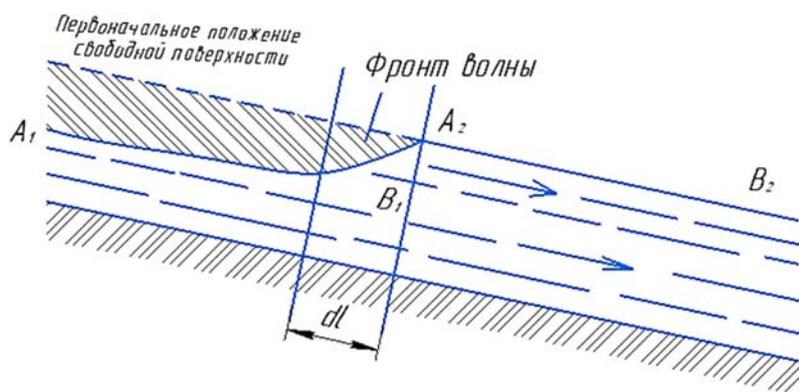


Рисунок 6. – Волна отлива в открытом русле при уменьшении расхода воды в его начальном сечении

Уравнение динамического равновесия пространственно изменяющегося неустановившегося движения можно записать, рассуждая следующим образом.

1. Рассматривая элементарный участок потока между сечениями 1-1 и 2-2, ограниченный свободной поверхностью  $A_1B_1$ , можно записать дифференциальное уравнение неравномерного установившегося ( $Q = \text{const}$ ) плавно изменяющегося потока в виде [1–4]:

$$I = \frac{d}{dl} \left( \frac{\alpha v^2}{2g} \right) + \frac{v^2}{C^2 R}, \quad (2)$$

где  $I$  – гидравлический уклон поверхности потока;  $\alpha$  – коэффициент Кориолиса;  $C$  – коэффициент Шези;  $R$  – гидравлический радиус;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>.

2. В случае неустановившегося движения это уравнение необходимо дополнить новым членом, выражающим локальную часть сил инерции и записать в частных производных. Уравнение примет следующий вид:

$$I = \frac{\partial}{\partial l} \left( \frac{\alpha v^2}{2g} \right) + \frac{v^2}{C^2 R} + \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t}, \quad (3)$$

где  $\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t}$  – локальная часть силы инерции;  $\frac{1}{g}$  – масса единицы веса жидкости (воды);

$\frac{\partial v}{\partial t}$  – локальная часть ускорения.

Учитывая, что

$$I = i - \frac{dh}{dl} \quad \text{и} \quad \frac{v^2}{C^2 R} = \frac{Q^2}{K^2} = A Q^2,$$

где  $K$  – расходная характеристика русла, м<sup>3</sup>/с;  $A$  – удельное сопротивление русла, с<sup>2</sup>/м<sup>6</sup>;  $i$  – уклон дна водотока, дифференциальное уравнение динамического равновесия можно записать в виде:

$$i - \frac{dh}{dl} = \frac{\alpha v}{g} \frac{\partial v}{\partial l} + \frac{Q^2}{K^2} + \frac{\alpha_0}{g} \frac{\partial v}{\partial t}$$

или

$$i - \frac{dh}{dl} = \frac{\alpha v}{g} \frac{\partial v}{\partial l} + A Q^2 + \frac{\alpha_0}{g} \frac{\partial v}{\partial t}, \quad (4)$$

где  $\alpha_0$  – коэффициент Буссинеска ( $\alpha_0 = 1,0 \div 1,03$ ).

Учитывая, что

$$\frac{dh}{dl} = \frac{1}{B} \frac{\partial \omega}{\partial l},$$

где  $B$  – ширина русла по поверхности потока, уравнение (4) можно переписать в виде:

$$(i - A Q^2) g = \frac{g}{B} \frac{\partial \omega}{\partial l} + \alpha_0 \frac{\partial v}{\partial t} + \alpha v \frac{\partial v}{\partial l}. \quad (4')$$

3. Уравнения (2), (3) и (4) не учитывают пространственного изменения неустановившегося движения. Пространственное изменение неустановившегося движения сопровождается боковым притоком или оттоком воды по нормали к оси основного главного потока (рис. 5). Наличие такого притока или оттока вызывает изменение расхода на участке  $dl$  на величину  $dQ$  [1]. В этом случае количество движения, отнесенное к единице веса воды, протекающей в русле растекающегося потока, получает приращение, равное:

$$\frac{\alpha_0 \rho g v dQ}{g \rho g \omega dl}, \quad (5)$$

где  $\rho$  – плотность воды,  $\text{кг/м}^3$ ;  $\rho g dQ$  и  $\rho g \omega dl$  – вес воды, поступающей в русло во время притока или оттока;  $\omega$  – площадь поперечного сечения русла, заполненного водой,  $\text{м}^2$ .

Учитывая, что  $dQ = d(v\omega) = v d\omega + \omega dv$ , выражение (5) можно записать в частных производных:

$$\frac{\alpha_0 v^2}{g \omega} \frac{\partial \omega}{\partial l} + \frac{\alpha_0 v}{g} \frac{\partial v}{\partial l}. \quad (6)$$

Если в правую часть уравнения (4) добавить член, определенный выражением (6), то уравнение (4') перепишется в виде:

$$(i - A Q^2) g = \frac{g}{B} \frac{\partial \omega}{\partial l} + \alpha_0 \frac{\partial v}{\partial t} + \alpha v \frac{\partial v}{\partial l} + \frac{\alpha_0 v^2}{\omega} \frac{\partial \omega}{\partial l} + \alpha_0 v \frac{\partial v}{\partial l}$$

или

$$(i - A Q^2) g = \left( \frac{g}{B} + \alpha_0 \frac{v^2}{\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial l} + (\alpha + \alpha_0) v \frac{\partial v}{\partial l} + \alpha_0 \frac{\partial v}{\partial t}. \quad (7)$$

Выражение (7) является динамическим уравнением пространственно изменяющегося неустановившегося движения, которое учитывает боковой приток или отток воды, поступающий в основное русло растекающегося потока воды нормально к его оси. Приток или отток воды связан обычно в горных условиях с поверхностным стоком талых (от таяния льда и снега) и ливневых вод.

При решении уравнения (4) и (7) можно упростить, учитывая, что:

– при резком (мгновенном) опорожнении водохранилища, расположенного на возвышенности, и последующем растекании потока воды силы инерции во много раз превышают силы трения, и в этом случае слагаемое  $AQ^2$  близко к нулю. Поэтому уравнение (7) приобретает следующий вид:

$$ig = \left( \frac{g}{B} + \alpha_0 \frac{v^2}{\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial l} + (\alpha + \alpha_0) v \frac{\partial v}{\partial l} + \alpha_0 \frac{\partial v}{\partial t}; \quad (8)$$

– если растекание потока воды происходит в призматическом русле, у которого  $\frac{\partial \omega}{\partial l} = 0$ , то динамическое уравнение пространственно изменяющегося неустановившегося движения потока воды примет следующий вид:

$$ig = (\alpha + \alpha_0) v \frac{\partial v}{\partial l} + \alpha_0 \frac{\partial v}{\partial t}. \quad (9)$$

Таким образом, анализ уравнений (1), (4), (7), (8), (9) показывает, что они достаточно полно описывают рассматриваемый вид неустановившегося течения воды и могут быть использованы в качестве математической модели пространственно изменяющегося неустановившегося движения воды в теле прямой отрицательной волны перемещения, которая с большей вероятностью может появиться при разрушении или прорыве напорного гидротехнического сооружения, расположенного на возвышенности (например, горного водохранилища). Предложенную математическую модель можно использовать при компьютерном моделировании прорыва напорных гидротехнических сооружений и последующего растекания потока воды.

### Заключение

1. При разрушении или прорыве гидротехнического сооружения напорного фронта (например, плотины) в нижнем бьефе этого сооружения возникает прямая отрицательная волна перемещения.

2. При движении неустановившийся поток жидкости по склону рельефа местности расширяется, что приводит к распаду волны перемещения на две волны: преломленной и отраженной. Причем преломленная волна обладает большей разрушающей способностью, а отраженная волна затапливает окружающую территорию.

3. Движение жидкости в пределах преломленной волны является бурным, неустановившимся, но плавно изменяющимся, что позволяет его описать с помощью уравнения баланса энергий с инерционной составляющей.

4. Учет бокового притока воды, направленного вдоль и по нормали к оси основного (плавного) потока позволил записать динамическое уравнение пространственного неустановившегося плавно изменяющегося движения (7).

5. Отраженная волна представляет собой обратную положительную волну, которая, в свою очередь, преобразуется в пространственное прыжковое сопряжение (косой и прямой гидравлический прыжок), описываемое уравнением баланса энергии.

6. Предложенные конечные уравнения можно использовать в качестве математической модели неустановившегося плавно изменяющегося движения при исследовании движения воды в случае разрушения или прорыва гидротехнических сооружений напорного фронта (например, плотин) в условиях высокогорья.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Богомолов, А.И. Гидравлика / А.И. Богомолов, К.А. Михайлов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1972. – 648 с.

2. Константинов, Н.М. Гидравлика, гидрология, гидрометрия: учебник для вузов: в 2 ч. / Н.М. Константинов, Н.А. Петров, Л.И. Высоцкий. – М.: Высш. школа, 1987. – Ч. II: Специальные вопросы. – 431 с.
3. Гиргидов, А.Д. Механика жидкости и газа (гидравлика): учебник для вузов / А.Д. Гиргидов. – 3-е изд., испр. и доп. – СПб.: изд-во Политехнического университета, 2007. – 545 с.
4. Справочник по гидравлике / под ред. В.А. Большакова. – 2-е изд., перераб. и доп. – К.: Высш. шк. Головное издательство, 1984. – 343 с.
5. Стриганова, М.Ю. Математическая модель неустановившегося движения волны прорыва и экспериментальные исследования потока в призматическом нижнем бьефе / М.Ю. Стриганова // Чрезвычайные ситуации: предупреждение и ликвидация. – 2010. – Т. 28, № 2. – С. 83–93.
6. Карпенчук, И.В. Математическая модель неустановившегося движения волны прорыва гидротехнических сооружений напорного фронта / И.В. Карпенчук, М.Ю. Стриганова // Природничі науки та їх застосування в діяльності служби цивільного захисту: матеріали IV Міжнарод. наук.-практ. конф. – Черкаси: АПБ ін. героїв Чорнобиля, 2010. – С. 57–60.

**Математическая модель пространственно изменяющегося неустановившегося движения потока при прорыве напорных гидротехнических сооружений в условиях высокогорья**

**Mathematical model of a spatially variable unstable flow motion at the breakthrough of hydrotechnical structures under the conditions of highland**

***Стриганова Марина Юрьевна***

кандидат технических наук, доцент  
Государственное учреждение образования «Университет гражданской защиты Министерства по чрезвычайным ситуациям Республики Беларусь», кафедра автоматических систем безопасности, доцент  
Адрес: ул. Машиностроителей, 25, 220118, г. Минск, Беларусь  
e-mail: striganovam@tut.by  
ORCID: 0000-0002-8100-733X

***Marina Yu. Striganova***

PhD in Technical Sciences, Associate Professor  
State Educational Establishment «University of Civil Protection of the Ministry for Emergency Situations of the Republic of Belarus», Chair of Automatic System Security, Associate Professor  
Address: ul. Mashinostroiteley, 25, 220118, Minsk, Belarus  
e-mail: striganovam@tut.by  
ORCID: 0000-0002-8100-733X

***Шаталов Игорь Михайлович***

Белорусский национальный технический университет, кафедра гидротехнического и энергетического строительства, водного транспорта и гидравлики, старший преподаватель  
Адрес: пр-т Независимости, 65, 220013, г. Минск, Беларусь  
e-mail: shatl19@yandex.by  
ORCID: 0000-0002-5348-5318

***Igor' M. Shatalov***

Belarusian National Technical University, Department of Hydrotechnical and Power Engineering, Water Transport and Hydraulics, Senior Lecturer  
Address: pr-t Nezavisimosti, 65, 220013, Minsk, Belarus  
e-mail: shatl19@yandex.by  
ORCID: 0000-0002-5348-5318

***Самедов Самедага Абзар оглы***

Министерство по чрезвычайным ситуациям Республики Азербайджан, главное оперативное управление, заместитель начальника  
Адрес: ул. М. Мушвига, 501, AZ1073, г. Баку, Азербайджан  
e-mail: ssamedaga@yandex.by  
ORCID: 0000-0002-4241-8080

***Abzar S. Samedov***

Ministry of Emergency Situations of the Republic of Azerbaijan, Main Operational Department, Deputy Head  
Address: ul. M. Mushviga, 501, AZ1073, Baku, Azerbaijan  
e-mail: ssamedaga@yandex.by  
ORCID: 0000-0002-4241-8080

***Недашковская Ирина Васильевна***

Белорусский национальный технический университет, управление подготовки научных кадров высшей квалификации, методист  
Адрес: пр-т Независимости, 65, 220013, г. Минск, Беларусь  
e-mail: nedash19@yandex.by  
ORCID: 0000-0002-7059-9122

***Irina V. Nedashkovskaya***

Belarusian National Technical University, Department for the Training of Scientific Personnel of Higher Qualification, Methodologist  
Address: pr-t Nezavisimosti, 65, 220013, Minsk, Belarus  
e-mail: nedash19@yandex.by  
ORCID: 0000-0002-7059-9122

***Рабченя Виктория Сергеевна***

Белорусский национальный технический университет, факультет энергетического строительства, студент  
Адрес: пр-т Независимости, 65, 220013, г. Минск, Беларусь  
e-mail: rabash19@yandex.by  
ORCID: 0000-0002-9350-1693

***Viktoriya S. Rabchenya***

Belarusian National Technical University, Department of Energy Construction, Student  
Address: pr-t Nezavisimosti, 65, 220013, Minsk, Belarus  
e-mail: rabash19@yandex.by  
ORCID: 0000-0002-9350-1693

DOI: <https://doi.org/10.33408/2519-237X.2020.4-1.48>

## MATHEMATICAL MODEL OF A SPATIALLY VARIABLE UNSTABLE FLOW MOTION AT THE BREAKTHROUGH OF HYDROTECHNICAL STRUCTURES UNDER THE CONDITIONS OF HIGHLAND

**Striganova M.Yu., Shatalov I.M., Samedov S.A., Nedashkovskaya I.V., Rabchenya V.S.**

*Purpose.* Modeling of spatially changing unsteady flow motion resulting from hydrodynamic accidents in mountainous areas.

*Methods.* Mathematical modeling of unsteady fluid flow.

*Findings.* When an unsteady stream expands along the slope of the terrain, the wave decays into a refracted wave, whose motion can be described by the equation of energy balance with the inertial component; and the reflected one, which is converted into spatial hopping conjugation, which is described by energy balance.

*Application field of research.* The proposed equations can be used as a mathematical model of unsteady smoothly changing water movement in case of destruction or breakthrough of a pressure hydraulic structure under the conditions of highland.

*Keywords:* spatial change, unsteady motion, displacement waves, pressure hydraulic structure.

(The date of submitting: December 26, 2019)

### REFERENCES

1. Bogomolov A.I., Mikhaylov K.A. *Gidravlika* [Hydraulics]. The second ed. Moscow: Stroyizdat, 1972. 648 p. (rus)
2. Konstantinov N.M., Petrov N.A., Vysotskiy L.I. *Gidravlika, gidrologiya, gidrometriya* [Hydraulics, hydrology, hydrometry]: textbook for universities in 2 parts. Moscow: Vysshaya shkola, 1987. Part 2: Spetsial'nye voprosy [Special issues]. 431 p. (rus)
3. Girgidov A.D. *Mekhanika zhidkosti i gaza (gidravlika)* [Mechanics of fluid and gas (hydraulics)]: textbook for universities. The third ed. Saint Petersburg: izdatel'stvo Politekhnicheskogo universiteta, 2007. 545 p. (rus)
4. *Spravochnik po gidravlike* [Handbook of hydraulics]. Ed. by V.A. Bol'shakov. The second ed. Kiev: Vyshcha shkola, 1984. 343 p. (rus)
5. Striganova M.Yu. Matematicheskaya model' neustanovivshegosya dvizheniya volny proryva i eksperimental'nye issledovaniya potoka v prizmaticheskom nizhnem b'efe [Mathematical model of unsteady motion of a breakthrough wave and experimental studies of flow in a prismatic downstream]. *Chrezvychnyye situatsii: preduprezhdenie i likvidatsiya*, 2010. Vol. 28, № 2. Pp. 83–93. (rus)
6. Karpenchuk I.V., Striganova M.Yu. Matematicheskaya model' neustanovivshegosya dvizheniya volny proryva gidrotekhnicheskikh sooruzheniy napornogo fronta [A mathematical model of unsteady motion of a wave of breakthrough of hydraulic structures of a pressure head]. *Proc. IV Intern. scientific-practical conf. «Prirodnichi nauki ta ikh zastosuvannya v diyal'nosti sluzhby tsivil'nogo zakhistu»*. Cherkasy Institute of Fire Safety named after Chernobyl Heroes of National University of Civil Defense of Ukraine. Cherkasy, 2010. Pp. 57–60. (rus)