

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛОВОГО КОЭФФИЦИЕНТА ОБЛУЧЕННОСТИ ДЛЯ РАСЧЕТА ПЛОТНОСТИ ТЕПЛОВОГО ПОТОКА, ПРИХОДЯЩЕГО ОТ ИЗЛУЧАТЕЛЯ ПЛОСКОЙ ФОРМЫ

Пастухов С.М., Платонов А.С., Тетерюков А.В., Дробыш А.С.

Цель. Разработать универсальную математическую модель оценки углового коэффициента облученности, учитывающую пространственное расположение излучающей и принимающей поверхностей, когда первая из них представлена произвольным многоугольником.

Методы. Разработка модели основывалась на существующих теоретических подходах в области радиационного теплообмена, геометрии возможного взаимного расположения поверхностей и результатах натурных экспериментов. Также использовались численные методы для проверки адекватности аналитических выражений.

Результаты. Получены универсальные аналитические выражения для определения углового коэффициента облученности для излучающей поверхности произвольной многоугольной формы, расположенной под произвольным углом к принимающей поверхности. Разработанные выражения учитывают индивидуальные геометрические особенности объектов и взаимное расположение излучающей и принимающей поверхностей, обеспечивая повышение точности расчетов теплового воздействия на соседние здания и сооружения.

Область применения исследований. Определение величины противопожарных разрывов между зданиями с двускатными кровлями, выполненными из горючих материалов, с учетом их пространственного расположения и геометрических особенностей конструкций. Модель может использоваться при проектировании и оценке пожарной безопасности зданий и сооружений в условиях плотной городской и сельской застройки.

Ключевые слова: противопожарный разрыв, геометрические параметры пламени, угловой коэффициент облученности, горючие кровельные материалы, тепловое излучение.

(Поступила в редакцию 13 января 2025 г.)

Введение

Определение противопожарных разрывов между зданиями и сооружениями является одной из ключевых задач при проектировании объектов в условиях плотной городской и сельской застройки. Противопожарные разрывы обеспечивают снижение риска передачи тепловой энергии от горящего здания к соседнему объекту, что играет критически важную роль в предотвращении распространения пожара [1, с. 312; 2, с. 177]. Таким образом, важной задачей является разработка методов определения плотности теплового потока, падающего на облучаемую поверхность, учитывающих индивидуальные геометрические параметры зданий, а также их взаимное расположение.

Одним из наиболее значимых факторов, влияющих на величину противопожарного разрыва, является угловой коэффициент облученности [3]. Данный параметр характеризует степень теплового воздействия, передаваемого между излучающей и принимающей поверхностями. Он учитывает как геометрические параметры излучающей поверхности, так и взаимное расположение объектов в пространстве. Особую сложность представляет собой моделирование углового коэффициента облученности для излучающих поверхностей сложной формы.

Существующие методы оценки углового коэффициента облученности ограничены простыми геометрическими формами излучающей поверхности и частными случаями взаимного расположения поверхностей [2, с. 186–191; 4], что снижает их применимость. Поэтому актуальной задачей является разработка универсальной модели, учитывающей произвольную геометрию излучающей поверхности и ее пространственное расположение.

Анализ методик. Современные методы расчета противопожарных разрывов сталкиваются с ограниченной применимостью из-за упрощений, используемых при выборе формы и размеров излучающих поверхностей, что существенно влияет на точность определения углового коэффициента облученности [3]. В большинстве подходов, изложенных в СН 2.01.03-2019¹, СТБ 11.05.03-2010², а также методах, предложенных М.Я. Ройтманом [1, с. 317–341], D. Drysdale [5, с. 53–74], B. Karlsson и J. Quintiere [6, с. 171–184], E. Carlsson [7, с. 9–14] и В.Ф. Кудаленкиным [2, с. 179–194], излучающая поверхность рассматривается в виде прямоугольника. Однако в реальных условиях геометрия пламени часто выходит за рамки простой прямоугольной формы, что требует более адаптивных методов для корректного учета параметров пламени при расчете углового коэффициента облученности.

Методы B. Karlsson и J. Quintiere [6, с. 183], а также В.Ф. Кудаленкина [2, с. 188–190] расширяют спектр геометрических форм, включая треугольные, трапециевидные, секторальные и круговые излучающие поверхности. Несмотря на это, их применение ограничено строгими требованиями к взаимному расположению поверхностей, что снижает универсальность расчетных моделей.

Одним из примеров аналитического моделирования является работа J.L. Rossi и его соавторов [8], в которой представлена модель расчета углового коэффициента в условиях природных пожаров. Здесь пламя представлено в виде наклонного прямоугольника, что позволяет учитывать наклон фронта пламени под воздействием ветра или рельефа. Такой подход, аналогичный методам СН 2.01.03-2019¹, обеспечивает более точное соответствие реальным условиям и упрощает вычисления, хотя его применение остается ограниченным упрощенными геометрическими параметрами излучающей поверхности. Схожая методика определения углового коэффициента облученности для плоского протяженного теплового источника изложена в статье [9].

Исследования А.Н. Макарова [10] были направлены на усовершенствование расчетов углового коэффициента облученности с учетом цилиндрической формы излучающей поверхности для более точного моделирования радиационного теплообмена в печах, топках и камерах сгорания. Автор рассмотрел изотермические цилиндрические слои, составляющие пламя, с целью повышения точности расчетов тепловых потоков и оптимизации теплотехнических характеристик оборудования. Предложенные методы обеспечивают более точное моделирование теплообмена и повышают эффективность расчета теплотехнического оборудования. Методики, представленные M. Shokri и C.L. Beyler [11], K.S. Mudan [12] и ГОСТ Р 12.3.047-2012³, также рассматривают цилиндрическую форму пламени, при этом последние две дополнительно учитывают влияние ветра на отклонение излучающей поверхности.

Определение углового коэффициента облученности для осесимметричных форм пламени рассматривается в методике, изложенной А.Т. Modak [13]. Данный подход не только применим к простейшим объемным фигурам (цилиндр, конус), но и позволяет рассчитывать

¹ Воздействия на конструкции. Общие воздействия. Воздействия для определения огнестойкости. Строительные нормы Республики Беларусь: СН 2.01.03-2019. – Введ. 16.12.2019. – Минск: М-во архитектуры и строительства Респ. Беларусь, 2020. – 38 с.

² Система стандартов пожарной безопасности. Пожарная безопасность технологических процессов. Методы оценки и анализа пожарной опасности. Общие требования: СТБ 11.05.03-2010. – Введ. 28.04.2010. – Минск: Белорус. гос. ин-т стандартизации и сертификации, 2010. – 76 с.

³ Система стандартов безопасности труда. Пожарная безопасность технологических процессов. Общие требования. Методы контроля. Национальный стандарт Российской Федерации: ГОСТ Р 12.3.047-2012. – Взамен ГОСТ Р 12.3.047-98. – Введ. 01.01.2014. – М.: Приказ Росстандарта от 27.12.2012 № 1971-ст. – 62 с.

и другие осесимметричные моды деформации фронта пламени. Исследования подтверждены экспериментально и пригодны для анализа горения различных материалов, что делает ее полезной для прогнозирования пожарных рисков и проектирования систем противопожарной защиты, однако имеются ограничения: модель не учитывает фактическую форму пламени и его наклон, что может существенно повлиять на точность расчетов, особенно для реальных условий.

Математическая модель определения углового коэффициента облученности, предложенная в статье [3], позволяет рассчитать параллельное расположение поверхностей, которые могут быть размещены произвольно относительно друг друга. Важным преимуществом данной модели является учет сложной формы излучающей поверхности, что значительно расширяет ее применимость в реальных условиях. Однако модель имеет ограничение: она не позволяет определять угловой коэффициент облученности в случаях перпендикулярного излучения или при расположении поверхностей под углом, что снижает ее применимость в этих случаях. Экспериментальные исследования [14] подтвердили, что форма пламени может быть представлена как сложный многоугольник в пространстве.

Таким образом, актуальной задачей является создание математической модели, учитывающей многоугольную форму излучающей поверхности и ее пространственное расположение, что повысит точность анализа радиационного теплообмена в сложных геометрических конфигурациях.

Основная часть

Угловой коэффициент – отношение энергии, попадающей на площадку, к энергии, излучаемой поверхностью [15, с. 131; 16, с. 109–111]. Для излучающей поверхности конечных размеров площадью F_2 и облучаемой элементарной площадкой площадью dF_1 угловой коэффициент $d\varphi_{F_2-dF_1}$ определяется по формуле:

$$d\varphi_{F_2-dF_1} = \frac{d\Phi_1}{\Phi_2},$$

где Φ_2 – тепловой поток, излучаемый поверхностью F_2 ;

$d\Phi_1$ – часть теплового потока Φ_2 , попадающего на элементарную площадку dF_1 .

Если поверхность F_2 является ламбертовым источником (плотность потока испускаемого излучения равномерно распределена по поверхности) угловой коэффициент выражается формулой [16, с. 109–112, ф-ла (4-14)]:

$$d\varphi_{F_2-dF_1} = \frac{d\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{dF_1}{F_2} \int_{F_2} \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{\pi r^2} dF_2 = \frac{dF_1}{F_2} \alpha_{2-1}, \quad (1)$$

где

$$\alpha_{2-1} = \int_{F_2} \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{\pi r^2} dF_2, \quad (2)$$

При определении противопожарных разрывов необходимо знать плотность теплового потока q_1 , падающего на элементарную площадку dF_1 :

$$q_1 = \frac{d\Phi_1}{dF_1} = \frac{\Phi_2}{F_2} \alpha_{2-1} = q_2 \alpha_{2-1},$$

где q_2 – плотность теплового потока, излучаемого поверхностью F_2 .

Как видно из последней формулы α_{2-1} , есть отношение плотности теплового потока, падающего на элементарную площадку dF_1 , к плотности теплового потока, излучаемого поверхностью F_2 : $\alpha_{2-1} = q_1 / q_2$.

Отношение потока излучения, падающего на малый участок поверхности, к площади этого участка – это облученность (энергетическая освещенность). Поэтому α_{2-1} называют угловым коэффициентом облученности.

В работах [15, с. 141–144] и [16, с. 116–123] представлен подход к определению угловых коэффициентов, основанный на переходе от интеграла по поверхности к криволинейному интегралу по контуру поверхности в соответствии с классической формулой Стокса [16, с. 116]. Этот метод представляется удобным, поскольку позволяет снизить кратность интегрирования. В результате указанного перехода угловой коэффициент облученности α_{2-1} может быть вычислен по формуле:

$$\alpha_{2-1} = \frac{l_1}{2\pi} \oint_{\Gamma_2} \frac{(z_2 - z_1) dy_2 - (y_2 - y_1) dz_2}{r^2} + \frac{m_1}{2\pi} \oint_{\Gamma_2} \frac{(x_2 - x_1) dz_2 - (z_2 - z_1) dx_2}{r^2} + \frac{n_1}{2\pi} \oint_{\Gamma_2} \frac{(y_2 - y_1) dx_2 - (x_2 - x_1) dy_2}{r^2}, \quad (3)$$

где Γ_2 – контур, ограничивающий поверхность F_2 ;

l_1, m_1, n_1 – направляющие косинусы нормали к элементарной площадке dF_1 ;

(x_1, y_1, z_1) – точка, совпадающая с центром элементарной площадки dF_1 поверхности F_1 ;

(x_2, y_2, z_2) – точка конечной поверхности F_2 ;

r – расстояние между этими точками.

Будем полагать, что элементарная площадка dF_1 лежит в плоскости $O'xy$. При этом оси координат ориентируем таким образом, чтобы направление нормали к dF_1 , по которому dF_1 смотрит на поверхность F_2 , совпадало с осью аппликат $O'z$ (рис. 1). В таком случае вектором направляющих косинусов нормали к элементарной площадке dF_1 окажется

$$(l_1, m_1, n_1) = (0, 0, 1). \quad (4)$$

Отметим также, что в такой конфигурации контур Γ_2 , ограничивающий поверхность F_2 , обходится в направлении, при котором видимая со стороны dF_1 поверхность F_2 всегда находится слева (т.е. против часовой стрелки).

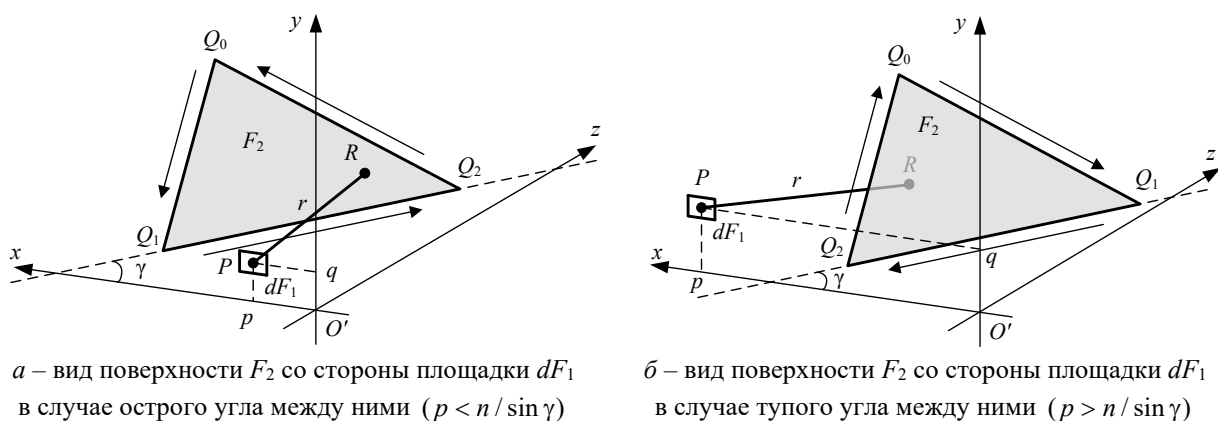


Рисунок 1. – Взаимное расположение элементарной площадки dF_1 и поверхности F_2 в случае острого угла между F_2 и отрицательным направлением оси абсцисс

Сформулируем условия поставленной задачи:

– излучающая поверхность F_2 является произвольным многоугольником с конечным числом последовательно занумерованных при движении против часовой стрелки вершин $Q_0, Q_1, \dots, Q_{n-1}, Q_n = Q_0$. При этом любые не имеющие общих концов отрезки $Q_{i-1}Q_i$ и $Q_{j-1}Q_j$, составляющие границу Γ_2 , не пересекаются;

– плоскости излучающей и принимающей поверхностей располагаются под любым углом;

– центр элементарной площадки dF_1 лежит в произвольной точке $P(p, q, 0)$ плоскости $O'xy$ (плоскости принимающей поверхности).

Очевидно, что если перед дальнейшими рассуждениями начало координат O' переместить в точку $P(p, q, 0)$ (центр площадки dF_1), то с учетом равенства (4) формула (3) примет вид:

$$\alpha_{2-1} = \frac{1}{2\pi} \oint_{\Gamma_2} \frac{ydx - xdy}{r^2}, \quad (5)$$

где (x, y, z) – точка конечной поверхности F_2 в новой системе координат Oxy ($O=P$):

$$x = x_2 - p; \quad y = y_2 - q; \quad z = z_2. \quad (6)$$

А в силу того, что $\Gamma_2 = Q_0Q_1 + Q_1Q_2 + \dots + Q_{n-1}Q_n$, а $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, из (5) получим

$$\alpha_{2-1} = \sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{2\pi} \int_{Q_{j-1}Q_j} \frac{ydx - xdy}{x^2 + y^2 + z^2} \right) \stackrel{\text{обозн.}}{\equiv} \sum_{j=1}^n I_j. \quad (7)$$

Рассмотрим теперь различные случаи вычисления углового коэффициента облученности α_{2-1} в зависимости от величины угла между излучающей и принимающей поверхностями.

1. Случай острого угла между излучающей поверхностью F_2 и отрицательным направлением оси абсцисс. Расположим начало координат O' так, чтобы поверхность F_2 , образующая с отрицательным направлением оси Ox угол $\gamma \in (0, \pi/2)$, оказалась в первом октанте ($x > 0, y > 0, z > 0$). Для однозначного определения координат точек поверхности F_2 положим, что опущенная из начала координат O' нормаль к плоскости излучающей поверхности имеет длину n .

В целях упрощения изображения взаимного расположения элементарной площадки dF_1 и поверхности F_2 представим излучающую поверхность в виде произвольного треугольника $Q_0Q_1Q_2$ с горизонтальным основанием, лежащим в координатной плоскости Oxz (рис. 1). Отметим, что такая форма F_2 соответствует случаю определения углового коэффициента облученности при горении фронтона двускатной кровли, выполненной из горючих материалов.

Учтем, что при $p < n / \sin \gamma$ излучающая поверхность F_2 и элементарная площадка dF_1 образуют острый угол (рис. 1а), а при $p > n / \sin \gamma$ – тупой угол (рис. 1б). При этом поверхность F_2 с элементарной площадки dF_1 видна с противоположных сторон (сравните направления обхода контура Γ_2 для острого (рис. 1а) и тупого (рис. 1б) углов между F_2 и dF_1).

Выразим значение входящего в формулу (7) криволинейного интеграла I_j через угол γ , длину нормали n , координаты точки Q_{j-1} и линейные размеры отрезка $Q_{j-1}Q_j$ как части плоскости излучающей поверхности. Последнее удобно, т.к. при практических расчетах размеры излучающей поверхности считаются известными.

Итак, рассмотрим произвольный линейный участок $Q_{j-1}Q_j$ контура Γ_2 , обход по которому осуществляется в направлении от Q_{j-1} к Q_j (рис. 2). Пусть проекция точки Q_{j-1} на плоскость $O'xy$ (плоскость принимающей поверхности) есть точка $Q'(k, m, 0)$, тогда из простых геометрических соображений следует, что аппликата точки Q_{j-1} равна $z_{j-1} = n / \cos \gamma - k \operatorname{tg} \gamma$.

Далее введем в рассмотрение следующие скалярные величины:

u – проекция направленного отрезка $\overline{Q_{j-1}Q_j}$ на горизонталь плоскости излучающей поверхности, которая принимает положительные значения, если проекция $\overline{Q_{j-1}Q_j}$ на ось $O'x$ сонаправлена с ней, и отрицательные – в противном случае (например, для изображенного на рисунке 2 случая $u > 0$);

v – проекция направленного отрезка $\overline{Q_{j-1}Q_j}$ на вертикаль плоскости излучающей поверхности (на ось Oy), которая принимает положительные значения, если эта проекция

$\overrightarrow{Q_{j-1}Q_j}$ сонаправлена с осью $O'y$, и отрицательные – в противном случае (например, для изображенного на рисунке 2 случая $v < 0$).

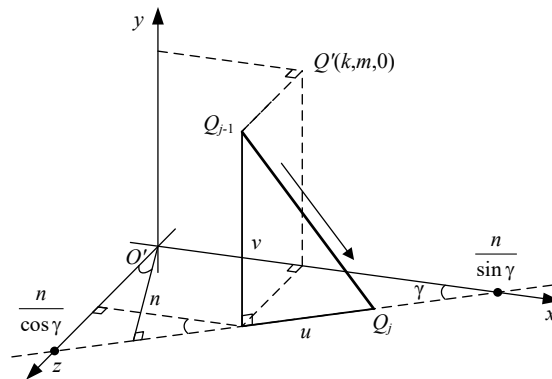


Рисунок 2. – Схема определения координат концов отрезка $Q_{j-1}Q_j$ в случае острого угла между F_2 и отрицательным направлением оси абсцисс

Очевидно, что в этих обозначениях имеем:

$$Q_j = Q_{j-1} + \overrightarrow{Q_{j-1}Q_j} = Q_{j-1} + (u \cos \gamma, v, -u \sin \gamma).$$

Откуда с учетом (6) следует, что после переноса начала координат O' в точку $P(p, q, 0)$ концы отрезка $Q_{j-1}Q_j$ будут иметь координаты

$$Q_{j-1} \left(k - p, m - q, \frac{n - k \sin \gamma}{\cos \gamma} \right) \text{ и } Q_j \left(k - p + u \cos \gamma, m - q + v, \frac{n - k \sin \gamma}{\cos \gamma} - u \sin \gamma \right), \quad (8)$$

а его уравнение в параметрической форме – вид:

$$Q_{j-1}Q_j: \begin{cases} x = t \cdot u \cos \gamma + (k - p); \\ y = t \cdot v + (m - q); \\ z = -t \cdot u \sin \gamma + (n - k \sin \gamma) / \cos \gamma, \end{cases} \quad \text{где } t \text{ изменяется от } 0 \text{ до } 1. \quad (9)$$

Подставив (9) в определенное формулой (7) выражение криволинейного интеграла I_j , получим:

$$I_j = \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \frac{[t \cdot v + (m - q)] \cdot u \cos \gamma - [t \cdot u \cos \gamma + (k - p)] \cdot v}{[t \cdot u \cos \gamma + (k - p)]^2 + [t \cdot v + (m - q)]^2 + [-t \cdot u \sin \gamma + (n - k \sin \gamma) / \cos \gamma]^2} dt. \quad (10)$$

С помощью простых, но громоздких преобразований можно показать, что формула (10) представима в виде

$$I_j = \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \frac{\lambda dt}{(t + \mu)^2 + \eta^2} = \frac{1}{2\pi} \frac{\lambda}{\eta} \left(\arctg \frac{1 + \mu}{\eta} - \arctg \frac{\mu}{\eta} \right), \quad (11)$$

где

$$\begin{cases} \lambda = \frac{u \cdot (m - q) \cos \gamma - v \cdot (k - p)}{u^2 + v^2}; \\ \mu = \frac{u \cdot (k - p \cos^2 \gamma - n \sin \gamma) + v \cdot (m - q) \cos \gamma}{(u^2 + v^2) \cos \gamma}; \\ \eta^2 = \frac{(u^2 + v^2) \cdot (p \sin \gamma - n)^2 \cos^2 \gamma + [u \cdot (m - q) \cos \gamma - v \cdot (k - p \cos^2 \gamma - n \sin \gamma)]^2}{[(u^2 + v^2) \cdot \cos \gamma]^2}. \end{cases} \quad (12)$$

Преобразуем (11) и (12) к более удобному для вычислений виду:

$$I_j = \frac{1}{2\pi} \frac{\phi}{\omega} \left(\operatorname{arctg} \frac{\chi + \psi}{\omega} - \operatorname{arctg} \frac{\psi}{\omega} \right), \quad (13)$$

где

$$\begin{cases} \phi = [u \cdot (m - q) \cos \gamma - v \cdot (k - p)] \cos \gamma; \\ \chi = (u^2 + v^2) \cos \gamma; \\ \psi = u \cdot (k - p \cos^2 \gamma - n \sin \gamma) + v \cdot (m - q) \cos \gamma; \\ \omega = \sqrt{(u^2 + v^2) \cdot (p \sin \gamma - n)^2 \cos^2 \gamma + [u \cdot (m - q) \cos \gamma - v \cdot (k - p \cos^2 \gamma - n \sin \gamma)]^2}. \end{cases} \quad (14_{\text{н}})$$

Очевидно, что формулы (14_н) значительно упростятся, если отрезок $Q_{j-1}Q_j$ окажется горизонтальным или вертикальным. Действительно, для горизонтального $Q_{j-1}Q_j$ ($v = 0$) будем иметь:

$$\begin{cases} \phi = (m - q) \cos^2 \gamma; \\ \chi = u \cdot \cos \gamma; \\ \psi = k - p \cos^2 \gamma - n \sin \gamma; \\ \omega = \sqrt{(p \sin \gamma - n)^2 + (m - q)^2} \cdot \cos \gamma, \end{cases} \quad (14_{\text{г}})$$

а для вертикального $Q_{j-1}Q_j$ ($u = 0$):

$$\begin{cases} \phi = -(k - p) \cos \gamma; \\ \chi = v \cdot \cos \gamma; \\ \psi = (m - q) \cos \gamma; \\ \omega = \sqrt{(k - p)^2 \cos^2 \gamma + (k \sin \gamma - n)^2}. \end{cases} \quad (14_{\text{в}})$$

2. Случай острого угла между излучающей поверхностью F_2 и положительным направлением оси абсцисс. Расположим начало координат O' так, чтобы поверхность F_2 , образуемая с положительным направлением оси Ox угол $\gamma \in (0, \pi/2)$, оказалась в пятом октанте ($x < 0, y > 0, z > 0$). Как и выше, для однозначного определения координат точек поверхности F_2 положим, что опущенная из начала координат O' нормаль к плоскости излучающей поверхности имеет длину n .

При $p > n / \sin \gamma$ излучающая поверхность F_2 и элементарная площадка dF_1 образуют острый угол (рис. 3а), а при $p < n / \sin \gamma$ – тупой угол (рис. 3б).

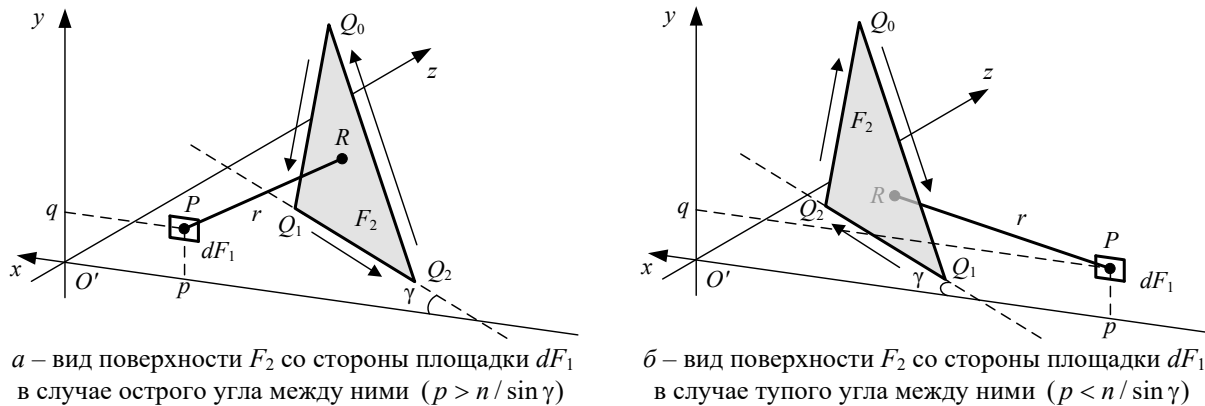


Рисунок 3. – Взаимное расположение элементарной площадки dF_1 и поверхности F_2 в случае острого угла между F_2 и положительным направлением оси абсцисс

Как и в предыдущем варианте, положим, что проекция точки Q_{j-1} на плоскость $O'xy$ есть точка $Q'(k, m, 0)$, тогда из простых геометрических соображений следует, что аппликата точки Q_{j-1} равна $z_{j-1} = n / \cos \gamma + k \operatorname{tg} \gamma$. Отметим, что для изображенного на рисунке 4 случая расположения отрезка $Q_{j-1}Q_j$ обе скалярные величины u и v отрицательны.

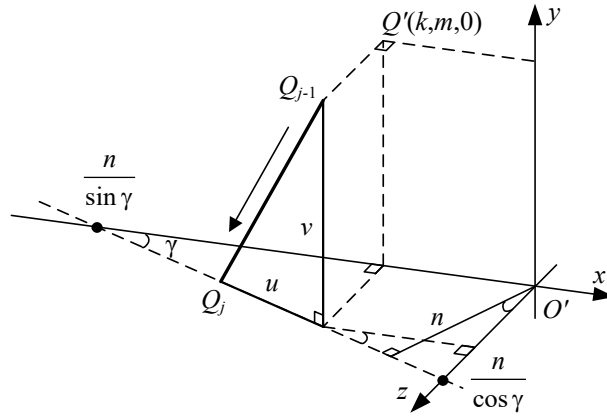


Рисунок 4. – Схема определения координат концов отрезка $Q_{j-1}Q_j$ в случае острого угла между F_2 и положительным направлением оси абсцисс

Для рассматриваемого расположения плоскости излучающей поверхности имеем

$$Q_j = Q_{j-1} + \overrightarrow{Q_{j-1}Q_j} = Q_{j-1} + (u \cos \gamma, v, u \sin \gamma).$$

Следовательно, в силу (4) после переноса начала координат O' в точку $P(p, q, 0)$ концы отрезка $Q_{j-1}Q_j$ будут иметь координаты

$$Q_{j-1} \left(k - p, m - q, \frac{n + k \sin \gamma}{\cos \gamma} \right) \text{ и } Q_j \left(k - p + u \cos \gamma, m - q + v, \frac{n + k \sin \gamma}{\cos \gamma} + u \sin \gamma \right), \quad (15)$$

а его уравнение в параметрической форме – вид:

$$Q_{j-1}Q_j : \begin{cases} x = t \cdot u \cos \gamma + (k - p); \\ y = t \cdot v + (m - q); \\ z = t \cdot u \sin \gamma + (n + k \sin \gamma) / \cos \gamma, \end{cases} \quad \text{где } t \text{ изменяется от } 0 \text{ до } 1. \quad (16)$$

Подставив (16) в определенное формулой (7) выражение криволинейного интеграла I_j , получим:

$$I_j = \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \frac{[t \cdot v + (m - q)] \cdot u \cos \gamma - [t \cdot u \cos \gamma + (k - p)] \cdot v}{[t \cdot u \cos \gamma + (k - p)]^2 + [t \cdot v + (m - q)]^2 + [t \cdot u \sin \gamma + (n + k \sin \gamma) / \cos \gamma]^2} dt. \quad (17)$$

Снова с помощью простых, но громоздких преобразований можно показать, что (17) представима в виде формулы (11), в которой

$$\begin{cases} \lambda = \frac{u \cdot (m - q) \cos \gamma - v \cdot (k - p)}{u^2 + v^2}; \\ \mu = \frac{u \cdot (k - p \cos^2 \gamma + n \sin \gamma) + v \cdot (m - q) \cos \gamma}{(u^2 + v^2) \cos \gamma}; \\ \eta^2 = \frac{(u^2 + v^2) \cdot (p \sin \gamma + n)^2 \cos^2 \gamma + [u \cdot (m - q) \cos \gamma - v \cdot (k - p \cos^2 \gamma + n \sin \gamma)]^2}{[(u^2 + v^2) \cdot \cos \gamma]^2}. \end{cases} \quad (18)$$

Криволинейный интеграл I_j будет удобнее вычислять по преобразованной формуле (13), в которой

$$\begin{cases} \phi = [u \cdot (m - q) \cos \gamma - v \cdot (k - p)] \cos \gamma; \\ \chi = (u^2 + v^2) \cos \gamma; \\ \psi = u \cdot (k - p \cos^2 \gamma + n \sin \gamma) + v \cdot (m - q) \cos \gamma; \\ \omega = \sqrt{(u^2 + v^2) \cdot (p \sin \gamma + n)^2 \cos^2 \gamma + [u \cdot (m - q) \cos \gamma - v \cdot (k - p \cos^2 \gamma + n \sin \gamma)]^2}. \end{cases} \quad (19_{\text{н}})$$

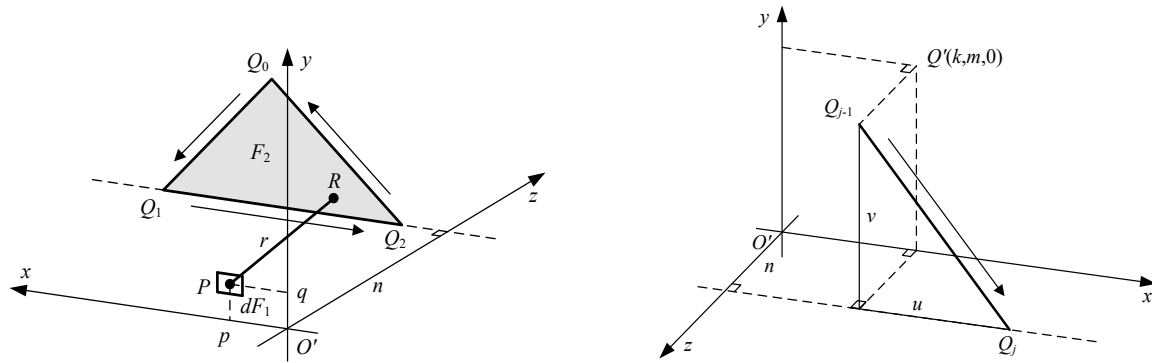
В частности, для горизонтального $Q_{j-1}Q_j$ ($v = 0$) будем иметь:

$$\begin{cases} \phi = (m - q) \cos^2 \gamma; \\ \chi = u \cdot \cos \gamma; \\ \psi = k - p \cos^2 \gamma + n \sin \gamma; \\ \omega = \sqrt{(p \sin \gamma + n)^2 + (m - q)^2} \cdot \cos \gamma, \end{cases} \quad (19_{\text{г}})$$

а для вертикального $Q_{j-1}Q_j$ ($u = 0$):

$$\begin{cases} \phi = -(k - p) \cos \gamma; \\ \chi = v \cdot \cos \gamma; \\ \psi = (m - q) \cos \gamma; \\ \omega = \sqrt{(k - p)^2 \cos^2 \gamma + (k \sin \gamma + n)^2}. \end{cases} \quad (19_{\text{в}})$$

3. Случай параллельных излучающей и принимающей поверхностей. Положим, что расстояние между излучающей и принимающей поверхностями равно n (рис. 5а).



а – вид поверхности F_2 со стороны площадки dF_1

б – схема определения координат концов $Q_{j-1}Q_j$

Рисунок 5. – Взаимное расположение параллельных элементарной площадки dF_1 и поверхности F_2

Выразим значение входящего в формулу (7) криволинейного интеграла I_j через расстояние n между излучающей и принимающей поверхностями, координаты точки Q_{j-1} и линейные размеры отрезка $Q_{j-1}Q_j$ как части плоскости излучающей поверхности. Для рассматриваемого расположения плоскости излучающей поверхности (рис. 5б) имеем

$$Q_j = Q_{j-1} + \overrightarrow{Q_{j-1}Q_j} = Q_{j-1} + (u, v, 0).$$

Следовательно, в силу (6) после переноса начала координат O' в точку $P(p, q, 0)$ концы отрезка $Q_{j-1}Q_j$ будут иметь координаты

$$Q_{j-1}(k - p, m - q, n) \quad \text{и} \quad Q_j(k - p + u, m - q + v, n), \quad (20)$$

а его уравнение в параметрической форме – вид:

$$Q_{j-1}Q_j: \begin{cases} x = t \cdot u + (k - p); \\ y = t \cdot v + (m - q); \\ z = n, \end{cases} \quad \text{где } t \text{ изменяется от } 0 \text{ до } 1. \quad (21)$$

Подставив (21) в определенное формулой (7) выражение криволинейного интеграла I_j , получим:

$$I_j = \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \frac{[t \cdot v + (m - q)] \cdot u - [t \cdot u + (k - p)] \cdot v}{[t \cdot u + (k - p)]^2 + [t \cdot v + (m - q)]^2 + n^2} dt. \quad (22)$$

С помощью простых преобразований можно показать, что (22) можно переписать в виде формулы (11), в которой

$$\begin{cases} \lambda = \frac{u \cdot (m - q) - v \cdot (k - p)}{u^2 + v^2}; \\ \mu = \frac{u \cdot (k - p) + v \cdot (m - q)}{u^2 + v^2}; \\ \eta^2 = \frac{(u^2 + v^2) \cdot n^2 + [u \cdot (m - q) - v \cdot (k - p)]^2}{(u^2 + v^2)^2}. \end{cases} \quad (23)$$

Криволинейный интеграл I_j будет удобнее вычислять по преобразованной формуле (13), в которой

$$\begin{cases} \phi = u \cdot (m - q) - v \cdot (k - p); \\ \chi = u^2 + v^2; \\ \psi = u \cdot (k - p) + v \cdot (m - q); \\ \omega = \sqrt{(u^2 + v^2) \cdot n^2 + [u \cdot (m - q) - v \cdot (k - p)]^2}. \end{cases} \quad (24_{\text{н}})$$

В частности, для горизонтального $Q_{j-1}Q_j$ ($v = 0$) будем иметь:

$$\phi = m - q; \quad \chi = u; \quad \psi = k - p; \quad \omega = \sqrt{n^2 + (m - q)^2}. \quad (24_{\text{г}})$$

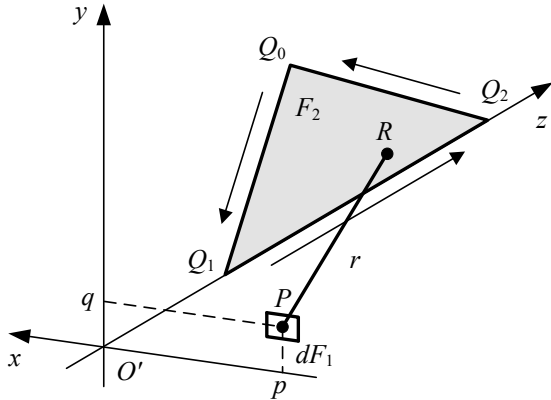
а для вертикального $Q_{j-1}Q_j$ ($u = 0$):

$$\phi = -(k - p); \quad \chi = v; \quad \psi = m - q; \quad \omega = \sqrt{n^2 + (k - p)^2}. \quad (24_{\text{в}})$$

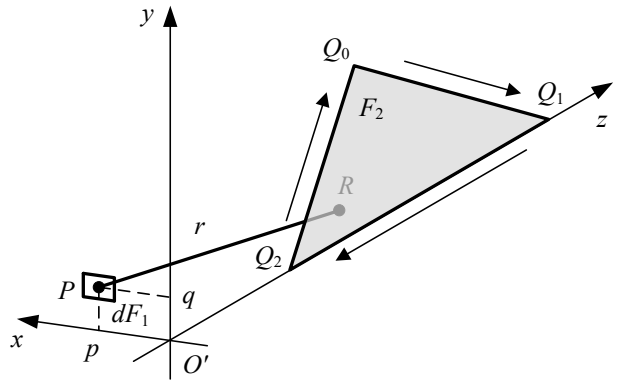
Заметим, что рассмотренное здесь расположение излучающей и принимающей поверхностей является частным случаем для двух рассмотренных выше вариантов. Действительно, положив $\gamma = 0$ в формулах (8)–(14) или (15)–(19), мы получим формулы (20)–(24).

4. Случай перпендикулярных излучающей и принимающей поверхностей. Расположим начало координат O' так, чтобы поверхность F_2 лежала в плоскости $O'z$ (рис. 6). В выбранной системе координат при $p > 0$ элементарная площадка dF_1 находится справа от излучающей поверхности F_2 (рис. 6а), а при $p < 0$ – слева от нее (рис. 6б).

Выразим значение входящего в формулу (7) криволинейного интеграла I_j через координаты точки Q_{j-1} и линейные размеры отрезка $Q_{j-1}Q_j$ как части плоскости излучающей поверхности. Пусть начальная точка направленного отрезка $\overline{Q_{j-1}Q_j}$ имеет координаты $Q_{j-1}(0, m, n)$.



а – вид поверхности F_2 со стороны расположенной слева площадки dF_1 ($p > 0$)



б – вид поверхности F_2 со стороны расположенной справа площадки dF_1 ($p < 0$)

Рисунок 6. – Вид поверхности F_2 со стороны параллельной ей площадки dF_1

Введем в рассмотрение скалярную величину w – проекцию направленного отрезка $\overline{Q_{j-1}Q_j}$ на горизонталь плоскости излучающей поверхности (на ось Oz), которая принимает положительные значения, если эта проекция $\overline{Q_{j-1}Q_j}$ сонаправлена с осью $O'z$, и отрицательные – в противном случае (например, для изображенного на рисунке 7 случая $w < 0$). В этих обозначениях имеем

$$Q_j = Q_{j-1} + \overline{Q_{j-1}Q_j} = Q_{j-1} + (0, v, w).$$

Следовательно, в силу (4) после переноса начала координат O' в точку $P(p, q, 0)$ концы отрезка $\overline{Q_{j-1}Q_j}$ будут иметь координаты

$$Q_{j-1}(-p, m-q, n) \quad \text{и} \quad Q_j(-p, m-q+v, n+w), \quad (25)$$

а его уравнение в параметрической форме – вид:

$$Q_{j-1}Q_j : \begin{cases} x = -p; \\ y = t \cdot v + (m-q); \\ z = t \cdot w + n, \end{cases} \quad \text{где } t \text{ изменяется от } 0 \text{ до } 1. \quad (26)$$

Подставив (21) в определенное формулой (7) выражение криволинейного интеграла I_j , получим:

$$I_j = \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \frac{p \cdot v}{p^2 + [t \cdot v + (m-q)]^2 + [t \cdot w + n]^2} dt. \quad (27)$$

С помощью простых преобразований можно показать, что (22) можно переписать в виде формулы (11), в которой

$$\lambda = \frac{p \cdot v}{v^2 + w^2}; \quad \mu = \frac{v \cdot (m-q) + w \cdot n}{v^2 + w^2}; \quad \eta^2 = \frac{(v^2 + w^2) \cdot p^2 + [v \cdot n - w \cdot (m-q)]^2}{(v^2 + w^2)^2}. \quad (28)$$

Криволинейный интеграл I_j будет удобнее вычислять по преобразованной формуле (13), в которой

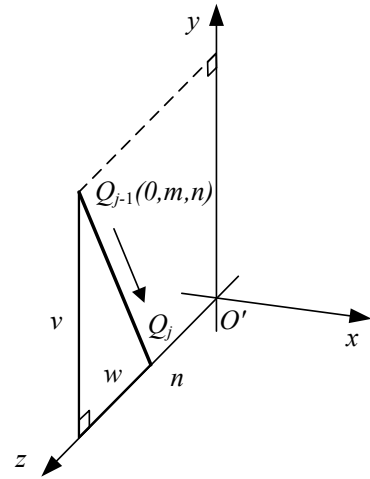


Рисунок 7. – Схема определения координат концов отрезка $\overline{Q_{j-1}Q_j}$ в случае параллельных элементарной площадки dF_1 и поверхности F_2

$$\phi = p \cdot v; \quad \chi = v^2 + w^2; \quad \psi = v \cdot (m - q) + w \cdot n; \quad \omega = \sqrt{(v^2 + w^2) \cdot p^2 + [v \cdot n - w \cdot (m - q)]^2}. \quad (29_{\text{н}})$$

В частности, для горизонтального $Q_{j-1}Q_j$ ($v = 0$) будем иметь:

$$\phi = 0 \Rightarrow I_j = 0, \quad (29_{\text{г}})$$

а для вертикального $Q_{j-1}Q_j$ ($w = 0$):

$$\phi = p; \quad \chi = v; \quad \psi = m - q; \quad \omega = \sqrt{p^2 + n^2}. \quad (29_{\text{в}})$$

Вычисление углового коэффициента облученности α_{2-1} на примере горения фронтона двускатной кровли, выполненной из горючих материалов.

Найдем аналитическое выражение углового коэффициента облученности α_{2-1} , для которого поверхность F_2 является треугольником $Q_0Q_1Q_2$ с горизонтальным основанием, например для случая, изображенного на рисунке 3а, когда поверхности F_2 и dF_1 образуют острый угол.

Пусть для определенности высота треугольника $Q_0Q_1Q_2$ равна h , а проекции сторон Q_0Q_1 и Q_2Q_0 на основания равны b и a соответственно (рис. 8). Поместим начало координат O' так, чтобы проекция вершины Q_0 на основание треугольника лежала на оси $O'z$. Тогда вершина треугольника Q_0 имеет координаты $Q_0(0, h, n / \cos \gamma)$. При этом

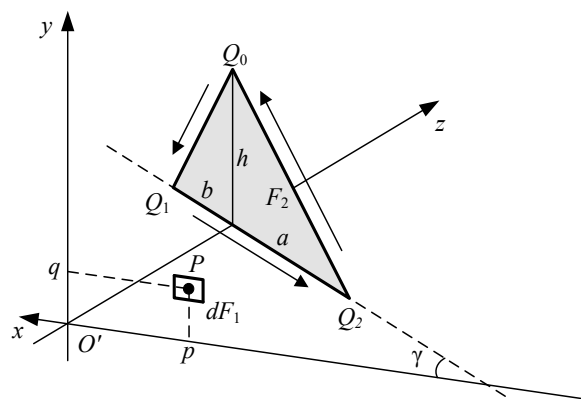


Рисунок 8. – Вид фронтона двускатной кровли (поверхности F_2) со стороны площадки dF_1

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_0 + \overrightarrow{Q_0Q_1} = Q_0 + (\overline{b \cos \gamma}, -h, \overline{b \sin \gamma}); \\ Q_2 &= Q_1 + \overrightarrow{Q_1Q_2} = Q_1 + (\overline{-(a+b) \cos \gamma}, 0, \overline{-(a+b) \sin \gamma}); \\ Q_0 &= Q_2 + \overrightarrow{Q_2Q_0} = Q_2 + (\overline{a \cos \gamma}, h, \overline{a \sin \gamma}). \end{aligned} \quad (30)$$

А значит, координаты k_{j-1} , m_{j-1} , z_{j-1} точек Q_{j-1} и скалярные величины $u_{j-1,j}$, $v_{j-1,j}$ для отрезков $Q_{j-1}Q_j$ будут иметь следующие значения.

$$\begin{aligned} Q_0Q_1: \quad k_0 &= 0; & m_0 &= h; & z_0 &= n / \cos \gamma; & u_{01} &= b; & v_{01} &= -h. \\ Q_1Q_2: \quad k_1 &= b \cos \gamma; & m_1 &= 0; & z_1 &= n / \cos \gamma + b \sin \gamma; & u_{12} &= -(a+b); & v_{12} &= 0. \\ Q_2Q_0: \quad k_2 &= -a \cos \gamma; & m_2 &= 0; & z_2 &= n / \cos \gamma - a \sin \gamma; & u_{20} &= a; & v_{20} &= h. \end{aligned} \quad (31)$$

Откуда по формулам (19_г) для Q_1Q_2 и (19_н) для Q_0Q_1 и Q_2Q_0 получим

$$\begin{aligned} Q_0Q_1: \quad \phi_1 &= [b \cdot (h - q) \cos \gamma + h \cdot (-p)] \cos \gamma; & \chi_1 &= (b^2 + h^2) \cos \gamma; \\ \psi_1 &= b \cdot (-p \cos^2 \gamma + n \sin \gamma) - h \cdot (h - q) \cos \gamma; \\ \omega_1 &= \sqrt{(b^2 + h^2) \cdot (p \sin \gamma + n)^2 \cos^2 \gamma + [b \cdot (h - q) \cos \gamma + h \cdot (-p \cos^2 \gamma + n \sin \gamma)]^2}; \\ Q_1Q_2: \quad \phi_2 &= -q \cos^2 \gamma; & \chi_2 &= -(a+b) \cos \gamma; \\ \psi_2 &= b \cos \gamma - p \cos^2 \gamma + n \sin \gamma; & \omega_2 &= \sqrt{(p \sin \gamma + n)^2 + q^2} \cdot \cos \gamma; \\ Q_2Q_0: \quad \phi_3 &= [a \cdot (-q) \cos \gamma - h \cdot (-a \cos \gamma - p)] \cos \gamma; & \chi_3 &= (a^2 + h^2) \cos \gamma; \\ \psi_3 &= a \cdot (-a \cos \gamma - p \cos^2 \gamma + n \sin \gamma) + h \cdot (-q) \cos \gamma; \\ \omega_3 &= \sqrt{(a^2 + h^2) \cdot (p \sin \gamma + n)^2 \cos^2 \gamma + [a \cdot (-q) \cos \gamma - h \cdot (-a \cos \gamma - p \cos^2 \gamma + n \sin \gamma)]^2}. \end{aligned} \quad (32)$$

Таким образом, угловой коэффициент облученности α_{2-1} между элементарной площадкой dF_1 и треугольной поверхностью $F_2 = \Delta Q_0 Q_1 Q_2$ может быть вычислен по формуле

$$\alpha_{2-1} = I_1 + I_2 + I_3 = \sum_{j=1}^3 \frac{1}{2\pi} \frac{\phi_j}{\omega_j} \left(\arctg \frac{\chi_j + \psi_j}{\omega_j} - \arctg \frac{\psi_j}{\omega_j} \right). \quad (33)$$

В частности, положив в (32)–(33) $\gamma = 0$, получим формулу вычисления этого углового коэффициента облученности для случая параллельных излучающей и принимающей поверхностей:

$$\begin{aligned} Q_0 Q_1: \quad \phi_1 &= b \cdot (h - q) - h \cdot p; \quad \chi_1 = b^2 + h^2; \quad \psi_1 = b \cdot (-p) - h \cdot (h - q); \\ \omega_1 &= \sqrt{(b^2 + h^2) \cdot n^2 + [b \cdot (h - q) + h \cdot (-p)]^2} = \sqrt{(b^2 + h^2)n^2 + [bh - bq - hp]^2}; \\ Q_1 Q_2: \quad \phi_2 &= -q; \quad \chi_2 = -(a + b); \quad \psi_2 = b - p; \quad \omega_2 = \sqrt{n^2 + q^2}; \\ Q_2 Q_0: \quad \phi_3 &= a \cdot (-q) - h \cdot (-a - p); \quad \chi_3 = a^2 + h^2; \quad \psi_3 = a \cdot (-a - p) + h \cdot (-q); \\ \omega_3 &= \sqrt{(a^2 + h^2) \cdot n^2 + [a \cdot (-q) - h \cdot (-a - p)]^2} = \sqrt{(a^2 + h^2) \cdot n^2 + [-aq + ha + hp]^2}. \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{2-1} &\stackrel{(33), (34)}{=} \frac{1}{2\pi} \frac{bh - bq - hp}{\omega_1} \left(\arctg \frac{b^2 - bp + hq}{\omega_1} - \arctg \frac{-bp - h^2 + hq}{\omega_1} \right) + \\ &+ \frac{1}{2\pi} \frac{-q}{\sqrt{n^2 + q^2}} \left(\arctg \frac{-a - p}{\sqrt{n^2 + q^2}} - \arctg \frac{b - p}{\sqrt{n^2 + q^2}} \right) + \\ &+ \frac{1}{2\pi} \frac{-aq + ha + hp}{\omega_3} \left(\arctg \frac{h^2 - ap - hq}{\omega_3} - \arctg \frac{-a^2 - ap - hq}{\omega_3} \right). \end{aligned} \quad (35)$$

Последние аналитические выражения с точностью до элементарных преобразований совпадают с ранее полученными результатами работы [3] для случая параллельных излучающей и принимающей поверхностей.

На основании вышеизложенного следует, что с использованием полученных формул можно вычислить угловой коэффициент облученности для плоской излучающей поверхности произвольной многоугольной формы, расположенной под углом $0 \leq \gamma < \pi$ относительно плоскости принимающей элементарной площадки. Такой подход позволяет учесть пространственную ориентацию поверхностей и их различную геометрическую конфигурацию.

Полученные выражения были апробированы на примерах, изложенных в [1, с. 317–341; 2, с. 179–194; 17, с. 97–99]. Приведенные для этих примеров решения идентичны результатам, полученным по формулам (24_н) и (24_г), что свидетельствует о корректности и согласованности предложенной модели в заданных условиях. Для дополнительной проверки адекватности модели проведен анализ частных случаев расчета углового коэффициента облученности. В частности, в работе [17, с. 97–99] представлена схема расположения излучающих и принимающих поверхностей, а также выполнен численный расчет углового коэффициента облученности согласно методике, изложенной в EN 1991-1-2⁴. При рассмотрении аналогичного случая с использованием формул (13) и (14_н) получены полностью совпадающие результаты, что подтверждает многофункциональность предложенных формул.

Заключение

В рамках выполненного исследования была разработана универсальная математическая модель для определения углового коэффициента облученности, учитывающая

⁴ Eurocode 1: Action on structures – Part 1-2: General actions – Actions on structures exposed to fire: EN 1991-1-2-2002. – Introduced 01.09.2002. – Brussels: European committee for standardization, 2002. – 59 p.

пространственное расположение излучающей и принимающей поверхностей. Полученные аналитические выражения позволяют производить расчеты для излучающих поверхностей произвольной многоугольной формы, расположенных под различными углами ($0 \leq \gamma < \pi$) относительно принимающей поверхности, что значительно расширяет возможности анализа радиационного теплообмена.

Результаты работы могут быть применены для проектирования противопожарных разрывов между зданиями с учетом их индивидуальных геометрических особенностей, а также для повышения точности оценки теплового воздействия на соседние сооружения. Это особенно важно в условиях плотной городской и сельской застройки, а также для объектов, выполненных из горючих материалов.

Геометрические формы излучающей поверхности при горении ската и фронтона двускатной кровли были определены в ходе моделирования, выполненного в рамках проекта Ф24М-029 Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (государственная регистрация № 20241248).

ЛИТЕРАТУРА

1. Ройтман, М.Я. Противопожарное нормирование в строительстве / М.Я. Ройтман. – М.: Стройиздат, 1985. – 590 с.
2. Пожарная профилактика в строительстве: учебник / Б.В. Грушевский [и др.]; под ред. В.Ф. Кудаленкина. – М., 1985. – 454 с.
3. Пастухов, С.М. Математическая модель определения углового коэффициента облученности при расчете противопожарных разрывов между зданиями с двускатными кровлями, выполненными из горючих материалов / С.М. Пастухов, А.С. Платонов, А.В. Тетерюков, А.С. Дробыш // Вестник Университета гражданской защиты МЧС Беларуси. – 2021. – Т. 1, № 1. – С. 93–103. – DOI: 10.33408/2519-237X.2021.5-1.93. – EDN: DBRUSN.
4. Пастухов, С.М. Анализ подходов по оценке минимально допустимых расстояний между зданиями при воздействии пожара / С.М. Пастухов, С.М. Жамойдик, А.В. Тетерюков // Вестник Командно-инженерного института МЧС Республики Беларусь. – 2014. – № 2 (20). – С. 23–31. – EDN: SWENLV.
5. Drysdale, D. An Introduction to Fire Dynamics / D. Drysdale. – Chichester: University of Edinburgh, 1999. – 470 p.
6. Karlsson, B. Enclosure Fire Dynamics / B. Karlsson, J.G. Quintiere. – Boca Raton: CRC Press, 2000. – 316 p.
7. Carlsson, E. External fire spread to adjoining buildings – A review of fire safety design guidance and related research / E. Carlsson. – Lund: Department of Fire Safety Engineering Lund University, 1999. – 125 p.
8. Rossi, J.L. An analytical model based on radiative heating for the determination of safety distances for wildland fires / J.L. Rossi, A. Simeoni, B. Moretti, V. Leroy-Cancellieri // Fire Safety Journal – 2011. – Vol. 46. – P. 520–527. – DOI: 10.1016/j.firesaf.2011.07.007.
9. Соболев, В.П. К вопросу о пространственном распределении интенсивности лучистого потока энергии от источника большой площади / В.П. Соболев, П.Н. Гоман, В.И. Янчук // Чрезвычайные ситуации: образование и наука. – 2011. – Т. 6, № 2. – С. 116–124.
10. Makarov, A.N. Theory of radiative heat exchange in furnaces, fire boxes, combustion chambers is replenished by four new laws / A.N. Makarov // Science Discovery – 2014. – Vol. 2, No. 2. – P. 34–42. – DOI: 10.11648/j.sd.20140202.12.
11. Shokri, M. Radiation from Large Pool Fires / M. Shokri, C.L. Beyler // Journal of Fire Protection Engineering. – 1989. – Vol. 1 (4). – P. 141–149. – DOI: 10.1177/104239158900100404.
12. Mudan, K.S. Thermal radiation hazards from hydrocarbon pool fires / K.S. Mudan // Progress in Energy and Combustion Science. – 1984. – Vol. 10 (1). – P. 59–80. – DOI: 10.1016/0360-1285(84)90119-9.
13. Modak, A.T. Thermal radiation from pool fires / A.T. Modak // Combustion and Flame. – 1977. – Vol. 29. – P. 177–192. – DOI: 10.1016/0010-2180(77)90106-7.
14. Пастухов, С.М. Методика проведения экспериментальных исследований по определению геометрических параметров пламени при горении кровельных материалов / С.М. Пастухов,

- А.В. Тетерюков // Вестник Университета гражданской защиты МЧС Беларуси. – 2018. – Т. 2, № 2. – С. 176–185. – DOI: 10.33408/2519-237X.2018.2-2.176. – EDN: XPAHID.
15. Modest, M.F. Radiative Heat Transfer / M.F. Modest. – Oxford: Elsevier, 2013. – 897 p.
16. Спэрроу, Э.М. Теплообмен излучением / Э.М. Спэрроу, Р.Д. Сесс; перевод с английского С.З. Сориц, Л.М. Сорокопуда; под ред. А.Г. Блоха. – Энергия, 1971. – 283 с.
17. Sigmund, C. Eurocodes spreadsheets Structural Design, First edition / C. Sigmund. – SIGMUND, 2014. – 460 p.

Математическая модель определения углового коэффициента облученности для расчета плотности теплового потока, приходящего от излучателя плоской формы

Mathematical model for determining the angular irradiation coefficient for calculating the heat flux density coming from a plane-shaped emitter

Пастухов Сергей Михайлович

кандидат технических наук, доцент
ООО «ССПЭБ» (Союз специалистов промышленной и экологической безопасности), главный специалист по пожарной безопасности, гражданской обороне и чрезвычайным ситуациям
Адрес: Новинский бульвар, 31, 123242, г. Москва, Россия
Email: plamennyj98@gmail.com
SPIN-код: 3018-2219

Sergey M. Pastukhov

PhD in Technical Sciences, Associate Professor
Limited Liability Company «SSPEB» (Union of Industrial and Environmental Safety Specialists), Chief Specialist in Fire Safety, Civil Defense, and Emergency Situations
Address: Novinsky boulevard, 31, 123242, Moscow, Russia
Email: plamennyj98@gmail.com
ORCID: 0000-0003-1437-1913

Платонов Александр Сергеевич

кандидат физико-математических наук, доцент
Государственное учреждение образования «Университет гражданской защиты Министерства по чрезвычайным ситуациям Республики Беларусь», отдел научной и инновационной деятельности, ведущий научный сотрудник
Адрес: ул. Машиностроителей, 25, 220118, г. Минск, Беларусь
Email: alexpltn@mail.ru
SPIN-код: 9291-2147

Aleksandr S. Platonov

PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
State Educational Establishment «University of Civil Protection of the Ministry for Emergency Situations of the Republic of Belarus», Department of Scientific and Innovation Activity, Leading Researcher
Address: Mashinostroiteley str., 25, 220118, Minsk, Belarus
Email: alexpltn@mail.ru
ORCID: 0000-0001-5463-6029

Тетерюков Алексей Васильевич

Государственное учреждение образования «Университет гражданской защиты Министерства по чрезвычайным ситуациям Республики Беларусь», кафедра пожарной безопасности, доцент
Адрес: ул. Машиностроителей, 25, 220118, г. Минск, Беларусь
Email: teter9212@gmail.com
SPIN-код: 4855-1354

Aleksey V. Teteryukov

State Educational Establishment «University of Civil Protection of the Ministry for Emergency Situations of the Republic of Belarus», Chair of Fire Safety, Associate Professor
Address: Mashinostroiteley str., 25, 220118, Minsk, Belarus
Email: teter9212@gmail.com
ORCID: 0000-0001-7405-5774

Дробыш Антон Сергеевич

Государственное учреждение образования «Университет гражданской защиты Министерства по чрезвычайным ситуациям Республики Беларусь», отдел научной и инновационной деятельности, начальник отдела
Адрес: ул. Машиностроителей, 25, 220118, г. Минск, Беларусь
Email: aantox@mail.ru
SPIN-код: 3169-0097

Anton S. Drobysch

State Educational Establishment «University of Civil Protection of the Ministry for Emergency Situations of the Republic of Belarus», Department of Scientific and Innovation Activity, Head of Department
Address: Mashinostroiteley str., 25, 220118, Minsk, Belarus
Email: aantox@mail.ru
ORCID: 0000-0002-9528-3108

MATHEMATICAL MODEL FOR DETERMINING THE ANGULAR IRRADIATION COEFFICIENT FOR CALCULATING THE HEAT FLUX DENSITY COMING FROM A PLANE-SHAPED EMITTER

Pastukhov S.M., Platonov A.S., Teteryukov A.V., Drobysh A.S.

Purpose. Develop a universal mathematical model for evaluating the angular irradiation coefficient, taking into account the spatial arrangement of the emitting and receiving surfaces, where the former is represented by an arbitrary polygon.

Methods. The model development was based on existing theoretical approaches in the field of radiative heat transfer, the geometry of possible mutual surface arrangements, and the results of experimental studies. Numerical methods were also employed to verify the adequacy of the analytical expressions.

Findings. Universal analytical expressions have been derived for determining the angular irradiation coefficient for an emitting surface of an arbitrary polygonal shape, positioned at an arbitrary angle to the receiving surface. The developed expressions account for the individual geometric characteristics of objects and the mutual arrangement of the emitting and receiving surfaces, enhancing the accuracy of thermal impact calculations on adjacent buildings and structures.

Application field of research. Determination of fire safety spacing between buildings with gable roofs made of combustible materials, considering their spatial arrangement and geometric structural features. The model can be used for the design and fire safety assessment of buildings and structures in densely built urban and rural areas.

Keywords: fire safety spacing, geometric parameters of the flame, angular irradiation coefficient, combustible roofing materials, thermal radiation.

(The date of submitting: January 13, 2025)

REFERENCES

1. Roytman M.Y. *Protivopozharnoe normirovanie v stroitel'stve* [Fire safety regulation in construction]. Moscow: Stroyizdat, 1985. 590 p. (rus)
2. Grushevskiy B.V., Yakovlev A.I., Krivosheev I.N., Shurin E.T., Klimushin N.G. *Pozharnaya profil-aktika v stroitel'stve* [Fire prevention in construction]: textbook. Ed. by V.F. Kudalenkin. Moscow, 1985. 454 p. (rus)
3. Pastukhov S.M., Platonov A.S., Teteryukov A.V., Drobysh A.S. Matematicheskaya model' opredeleniya uglovogo koeffitsiyenta obluchennosti pri raschete protivopozharnykh razryvov mezhdu zdaniyami s dvuskatnymi krovlyami, vypolnennymi iz goryuchikh materialov [Mathematical model for determining the configuration factor when calculating fire risks between buildings with double roofs made of combustible materials]. *Journal of Civil Protection*, 2021. Vol. 1, No. 1. Pp. 93–103. (rus). DOI: 10.33408/2519-237X.2021.5-1.93. EDN: DBRUSN.
4. Pastukhov S.M., Zhamoydik S.M., Teteryukov A.V. Analiz podkhodov po otsenke minimal'no dopustimyykh rasstoyaniy mezhdu zdaniyami pri vozdeystvii pozhara [Analysis approaches for the assessment minimum distance between the buildings at the case of fire exposure]. *Vestnik Komandno-inzhenerenogo instituta MChS Respubliki Belarus'*, 2014. No. 2 (20). Pp. 23–31. (rus). EDN: SWENLV.
5. Drysdale D. *An Introduction to Fire Dynamics*. Chichester: University of Edinburgh, 1999. 470 p.
6. Karlsson B., Quintiere J. G. *Enclosure Fire Dynamics*. Boca Raton: CRC Press, 2000. 316 p.
7. Carlsson, E. *External fire spread to adjoining buildings – A review of fire safety design guidance and related research*. Lund: Department of Fire Safety Engineering Lund University, 1999. 125 p.
8. Rossi J.L., Simeoni A., Moretti B., Leroy-Cancellieri V. An analytical model based on radiative heating for the determination of safety distances for wildland fires. *Fire Safety Journal*, 2011. Vol. 46. Pp. 520–527. DOI: 10.1016/j.firesaf.2011.07.007.
9. Sobol' V.R., Goman P.N., Yanut' V.I. K voprosu o prostranstvennom raspredelenii intensivnosti luchistogo potoka energii ot istochnika bol'shoy ploshchadi [Space distribution of intensity of radiant flux from the large surface source]. *Emergency Situations: Education and Science*, 2011. Vol. 6, No 2. Pp. 116-124.

10. Makarov A.N. Theory of radiative heat exchange in furnaces, fire boxes, combustion chambers is replenished by four new laws. *Science Discovery*, 2014. Vol. 2, No. 2. Pp. 34–42. DOI: 10.11648/j.sd.20140202.12.
11. Shokri M., Beyler C.L., Radiation from Large Pool Fires. *Journal of Fire Protection Engineering*, 1989. Vol. 1 (4). Pp. 141–149. DOI: 10.1177/104239158900100404.
12. Mudan K.S., Thermal radiation hazards from hydrocarbon pool fires. *Progress in Energy and Combustion Science*, 1984. Vol. 10(1). Pp. 59–80. DOI: 10.1016/0360-1285(84)90119-9.
13. Modak A.T., Thermal radiation from pool fires. *Combustion and Flame*, 1977. Vol. 29. Pp. 177–192. DOI: 10.1016/0010-2180(77)90106-7.
14. Pastukhov S.M., Teteryukov A.V. Metodika provedeniya eksperimental'nykh issledovaniy po opredele-niyu geometricheskikh parametrov plameni pri gorenii krovel'nykh materialov [The method of experi-mental researches to determine the geometric parameters of the flame during combustion of roofing ma-terials]. *Journal of Civil Protection*, 2018. Vol. 2, No. 2. Pp. 176–185. (rus). DOI: 10.33408/2519-237X.2018.2-2.176. EDN: XPAXID.
15. Modest M.F. *Radiative Heat Transfer*. Oxford: Elsevier, 2013. 897 p.
16. Sperrou E.M., Sess R.D. *Teploobmen izlucheniym* [Radiative Heat Transfer]. Ed. by A.G. Blokh. Moscow: Energiya, 1971. 283 p. (rus)
17. Sigmund C. *Eurocodes spreadsheets Structural Design. First edition*. Rotterdam, Netherlands: SIGMUND, 2014. 460 p.

Copyright © 2025 Pastukhov S.M., Platonov A.S., Teteryukov A.V., Drobysh A.S.

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License.