

УДК 614.84:681.5

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА НАГРЕВА ЭЛЕКТРОПРОВОДНИКА

Дмитриченко А.С., к.т.н., доцент,  
Иванович А.А., Чайчиц Н.И., Зинкевич Г.Н.

*В статье предложена математическая модель по определению установившейся температуры нагрева токоведущей жилы изолированного проводника в зависимости от конструкции проводника, теплофизических параметров изоляции и окружающей среды и величины протекающего тока. Приведены экспериментальные данные по исследованию стационарного температурного поля проводников при различных величинах тока. В результате сравнения расчетных и экспериментальных данных обоснована возможность использования разработанной математической модели для уточнения длительно допустимых токовых нагрузок проводников [1, 2], при заданных допустимых температурах нагрева токоведущей жилы, с учетом применения новых материалов изоляции, оболочки и наружных защитных покровов.*

Кабельное изделие в процессе эксплуатации подвергается термическому воздействию со стороны электрического тока, протекающего по токоведущей жиле. В настоящее время регламентирована допустимая температура нагрева материала токоведущей жилы проводников при различных видах изоляции, оболочки и наружных защитных покровов.

В соответствии с существующей теорией тепломассообмена кабельное изделие при открытых способах прокладки можно рассматривать как часть термодинамической системы. Совокупность этой термодинамической системы в процессе эксплуатации составляют электрический проводник как источник и окружающая среда как приемник теплоты.

Источник теплоты можно рассматривать как бесконечный элемент цилиндрической формы, имеющий характеристики металла.

Приемник теплоты можно представить в виде двух различных элементов: твердой среды в виде материалов изоляции, оболочки, защитного покрова кабельного изделия и газовой среды.

При анализе термодинамической системы «электрический проводник–среда» можно выделить следующие элементы теплового взаимодействия:

– изменение внутренней энергии источника тепла, обусловленное электротермическими преобразованиями в проводнике при протекании по нему электрического тока. Энергетический (или тепловой) потенциал, который может приобрести проводник, без перехода в другие агрегатные состояния, определяется теплофизическими свойствами материала и геометрическими параметрами токоведущей жилы;

– передача теплового потенциала от источника в первый элемент рассматриваемой среды посредством теплопроводности. В результате часть переданной тепловой энергии источника накапливается в объеме твердого элемента среды. Тепловой потенциал определяется величиной градиента температуры и коэффициентом теплопроводности твердой среды;

– передача тепловой энергии от твердого элемента к газовой среде посредством процесса конвективного теплообмена. Тепловой потенциал, который прошел через первый элемент, поступает в окружающую среду, вызывая увеличение ее энтропии. Температура на границе конвективного теплообмена будет определяться величиной градиента температуры, теплофизическими параметрами газовой среды (влажность, давление, коэффициент объемного расширения, коэффициент кинематической вязкости, коэффициент температуропроводности) и режимами движения газовой среды (направление и относительная скорость).

При достижении высоких температур нагрева необходимо дополнительно учитывать лучистый теплообмен.

Состояние рассматриваемой термодинамической системы «кабель–среда» может быть равновесным (стационарным) и неравновесным (нестационарным).

Равновесное состояние термодинамической системы будет реализовано в случае, если температуры на границах рассматриваемых участков достигнут установившихся значений. Неравновесное состояние термодинамической системы наблюдается при нестационарном температурном поле и происходит, как правило, в начальный момент времени или при изменении температуры источника теплоты.

Рассматривая термодинамическую систему «электрический проводник–среда» в рамках процесса эксплуатации кабельных изделий, прокладываемых открыто, можно сказать, что нормальным условиям эксплуатации соответствует равновесное состояние термодинамической системы, при установленных нормативными документами допустимой температуре токоведущей жилы и величине тока нагрузки. Поэтому научный и практический интерес представляет аналитическое решение задачи по определению установившейся температуры токоведущей жилы проводника в зависимости от заданных условий эксплуатации и величины тока нагрузки. Аналогичная задача рассматривалась в работе [3], но для изолированного проводника.

Для вывода аналитической зависимости  $T=f(I, \tau)$  рассмотрим задачу о нагреве изолированного проводника при следующих допущениях:

– в силу высокой теплопроводности металлической жилы она нагревается мгновенно и имеет одинаковую температуру по сечению;

– тепло, выделяющееся в металлической жиле, нагревает ее мгновенно до температуры  $T$ ;

– распределение температуры внутри изоляции, оболочки и защитного покрова кабельного изделия определяется из уравнения теплопередачи через многослойную цилиндрическую стенку;

– коэффициенты теплопроводности и теплоемкости элементов кабельного изделия практически не изменяются в диапазоне температур эксплуатации.

Исходя из закона сохранения энергии и второго закона термодинамики, запишем уравнение теплового баланса в дифференциальной форме для рассматриваемой системы:

$$dQ_{\text{ж}} = dQ_{\text{и}} - dQ_{\text{ср}} \quad (1)$$

где  $dQ_{\text{ж}}$  – количество теплоты, идущее на нагрев токоведущей жилы;  
 $dQ_{\text{и}}$  – количество теплоты, обусловленное тепловым проявлением тока;  
 $dQ_{\text{ср}}$  – количество теплоты, рассеиваемое в результате процесса теплопередачи.

Уравнение (1) можно представить в виде:

$$C_{\text{ж}} \times \rho_{\text{ж}} \times V_{\text{ж}} \times dT = (I^2 \times R - K \times L \times (T - T_{\text{ср}})) \times dt, \quad (2)$$

где  $C_{\text{ж}}$  – удельная массовая теплоемкость токоведущей жилы, Дж/(кг·К);  
 $\rho_{\text{ж}}$  – плотность токоведущей жилы, кг/м<sup>3</sup>;  
 $V_{\text{ж}}$  – объем токоведущей жилы, м<sup>3</sup>;  
 $I$  – сила установившегося тока, А;  
 $R$  – сопротивление токоведущей жилы, Ом;  
 $L$  – длина токоведущей жилы, м;  
 $T$  – текущая температура поверхности жилы, К;  
 $T_{\text{ср}}$  – температура окружающей среды, К;  
 $t$  – время нагрева провода, с;  
 $K$  – линейный коэффициент теплопередачи, Вт/(м<sup>2</sup>·К)

$$K = 2\pi / \left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i} + \frac{1}{\alpha \cdot r_{n+1}} \right), \quad (3)$$

где  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи от наружной поверхности проводника, Вт/(м<sup>2</sup>·К);

$\lambda_i$  – коэффициент теплопроводности  $i$ -го слоя твердой среды, Вт/(м·К);  
 $r_i$  – радиус  $i$ -го слоя твердой среды, м.

Уравнение теплового баланса (2) на единицу длины кабеля с учетом зависимости сопротивления жилы от температуры примет вид:

$$C_{\text{ж}} \times \rho_{\text{ж}} \times S_{\text{ж}} \times dT = (I^2 \times \rho_0 \times (1 + \beta \times (T - T_{\text{ср}})) / S_{\text{ж}}) - K \times (T - T_{\text{ср}}) \times dt \quad (4)$$

где  $S_{\text{ж}}$  – площадь поперечного сечения токоведущей жилы, м<sup>2</sup>;  
 $\rho_0$  – удельное сопротивление жилы при температуре  $T_{\text{ср}}$ , Ом·м;  
 $\beta$  – коэффициент температурного изменения сопротивления жилы, К<sup>-1</sup>.

Уравнение (4) представляет собой дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными.

Разделим переменные и проинтегрируем правую и левую части уравнения.

$$\int \frac{C_{\text{ж}} \times \rho_{\text{ж}} \times S_{\text{ж}} \times dT}{(\rho_0 \times \beta \times I^2 / S_{\text{ж}} - K) \times T + \rho_0 \times I^2 / S_{\text{ж}} \times (1 - \beta \times T_{\text{ср}}) + K \times T_{\text{ср}}} = \int dt \quad (5)$$

После интегрирования с учетом начальных условий  $\tau = 0, T = T_{\text{ср}}$  получаем выражение для определения температуры нагрева токоведущей жилы:

$$T = \frac{((\rho_0 \times \beta \times I^2 / S_{\text{ж}} - K) \times T_{\text{ср}} + \rho_0 \times I^2 / S_{\text{ж}} \times (1 - \beta \times T_{\text{ср}}) + K \times T_{\text{ср}}) \times e^{\frac{\tau \times \rho_0 \times \beta \times I^2 / S_{\text{ж}} - K}{C_{\text{ж}} \times \rho_{\text{ж}} \times S_{\text{ж}}}} - \rho_0 \times I^2 \times (1 - \beta \times T_{\text{ср}}) / S_{\text{ж}} + K \times T_{\text{ср}}}{\rho_0 \times \beta \times I^2 / S_{\text{ж}} - K} \quad (6)$$

Таким образом, выражение (6) позволяет определить температуру нагрева поверхности токоведущей жилы проводника в зависимости от величины протекающего тока, времени нагрева, теплофизических и геометрических параметров кабеля и свойств окружающей среды.

Для проверки адекватности полученной модели авторами были проведены экспериментальные исследования температурных характеристик проводников.

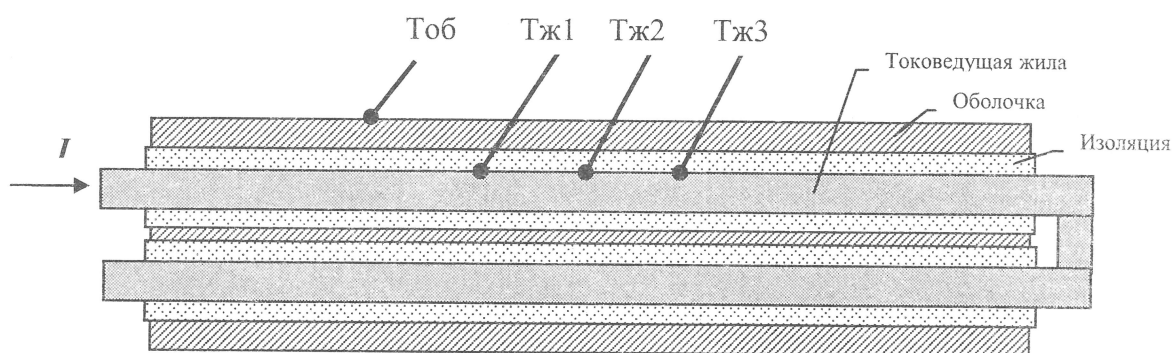
Проведение испытаний и отбор образцов проводились в соответствии с методикой экспериментального исследования пожарной опасности элементов электропроводок [4].

В качестве образцов использовались кабели марки ВВГ-0.66 сечением 4 мм<sup>2</sup> и длиной 1,5 м. На исследуемом образце в средней его части (рисунок 1) с интервалом в 0,15 м устанавливались методом зачеканки три

термоэлектрических преобразователя типа ТХА1199 на токоведущую жилу и один на поверхность оболочки. Значение параметров регистрировалось многоканальным измерителем температуры типа Сосна-003. Информация с измерителя в автоматическом режиме передавалась и в дальнейшем обрабатывалась на ПЭВМ.

Для устранения влияния протекающего по токоведущей жиле тока на показания термоэлектрических преобразователей последние имели гальваническую развязку по линии измерения.

Допустимый ток токоведущей жилы для исследуемых образцов определялся по [5] и составил 44 А. Проводники испытывались при кратностях тока  $1 \times I_{\text{доп}}$  и  $1, 2 \times I_{\text{доп}}$ . Испытания проводились на установке для определения токовых характеристик кабелей [6].



(Тоб, Тж1, Тж2, Тж3 – термоэлектрические преобразователи)

**Рисунок 1 – Схема расположения термоэлектрических преобразователей на исследуемом образце электропроводки**

При проведении расчетов по выражению (6) коэффициент К определялся, исходя из фактического значения коэффициента теплоотдачи  $\alpha$ , полученного в результате обработки экспериментальных данных с учетом критериальных уравнений теории подобия [7, 8]:

$$Nu = \alpha \times \frac{D_{об}}{\lambda_{ср}} \quad (7)$$

$$Gr = g \times (T_{об} - T_{ср}) \times D_{об}^3 / (T_{ср} \times \vartheta^2) \quad (8)$$

$$Pr = \vartheta / a \quad (9)$$

где  $D_{об}$  – внешний диаметр оболочки кабеля, м;

$\lambda_{\text{cp}}$  – коэффициент теплопроводности воздушной среды, Вт/(м·К);  
 $g = 9,81$  – ускорение силы тяжести, м<sup>2</sup>/с;  
 $\vartheta$  – коэффициент кинематической вязкости воздушной среды, м<sup>2</sup>/с;  
 $a$  – коэффициент температуропроводности воздушной среды, м<sup>2</sup>/с.

Здесь  $Nu$ ,  $Gr$  и  $Pr$  соответственно критерии Нуссельта, Грасгофа и Прандтля.

Значения параметров окружающей среды, входящих в критерии Нуссельта и Прандтля, определялись при расчетной температуре  $T_m$ , равной полусумме температур поверхности оболочки  $T_{\text{об}}$  и окружающей среды  $T_{\text{cp}}$  при установившемся режиме, т. е.:

$$T_m = 0,5(T_{\text{cp}} + T_{\text{об}}) \quad (10)$$

При свободном движении воздуха возле горизонтального кабеля уравнение подобия имеет вид:

$$Nu = c \times (Gr \times Pr)^n, \quad (11)$$

где  $c$  и  $n$  – коэффициенты, определяемые в зависимости от произведения  $Gr \cdot Pr$  [9].

Экспериментальные данные по стационарному режиму для исследованных образцов кабеля ВВГ 2×4 и теплофизические характеристики окружающей среды в условиях экспериментов приведены в таблице 1, а результаты расчета чисел Грасгофа, Прандтля, Нуссельта и фактического коэффициента теплоотдачи – в таблице 2.

Исходные данные для расчета температуры нагрева кабеля ВВГ 2×4, по выражению (6) приведены в таблице 3.

Таблица 1 – Экспериментальные данные

I, А	$T_{\text{ж}},$ К	$T_{\text{об}},$ К	$T_{\text{cp}},$ К	$D_{\text{об}},$ м	$a,$ м <sup>2</sup> /с	$\lambda,$ Вт/(м·К)	$\nu,$ м <sup>2</sup> /с
44	341	330	292	0,0067	2,402E-05	0,0274	1,675E-05
52	359	342	292	0,0067	2,486E-05	0,0279	1,734E-05

Таблица 2 – Результаты расчета коэффициента  $\alpha$ 

I, А	T <sub>m</sub> , К	Gr	Pr	Gr·Pr	c	n	Nu	$\alpha$ , Вт/(м <sup>2</sup> ·К)
44	311	1368,56	0,700	955,14	0,54	0,25	3,00	12,28
52	317	1680,28	0,699	1172,01	0,54	0,25	3,16	13,16

Таблица 3 – Исходные данные для расчета температуры жилы

C <sub>ж</sub> , Дж/(кг·К)	$\rho_{ж}$ , кг/м <sup>3</sup>	$\rho_0$ , Ом·м	$\beta$ , К <sup>-1</sup>	$\lambda_{и}$ , Вт/(м·К)	$\lambda_{об}$ , Вт/(м·К)	$r_{ж}$ , м	$r_{из}$ , м	R <sub>об</sub> , м
390	8930	1,75E-08	0,0039	0,17	0,17	1,15E-03	1,87E-03	3,35E-03

На рисунках 2, 3 графически показаны результаты расчетов, выполненных по формуле (6), и эксперимента.

Как видно из графиков, имеется сходимость расчетных и экспериментальных данных в области установившихся температур, что свидетельствует об адекватности полученной модели.

Однако на первоначальном этапе в режиме нестационарного теплообмена имеет место расхождение между результатами аналитического расчета и экспериментальными данными. Отклонение экспериментальных значений от расчетных можно объяснить инерционностью теплообменных процессов внутри элементов конструкции кабеля.

Таким образом, предложенное выражение представляет практический интерес и рекомендуется для инженерных расчетов по определению температуры нагрева жилы проводника в стационарном режиме при различных нагрузках и температурах окружающей среды.

Кроме того, полученное выражение можно использовать для уточнения длительно допустимых токовых нагрузок проводников, приведенных в [1, 2, 5], при заданных допустимых температурах нагрева токоведущей жилы, с учетом применения новых материалов изоляции, оболочки и наружных защитных покровов.

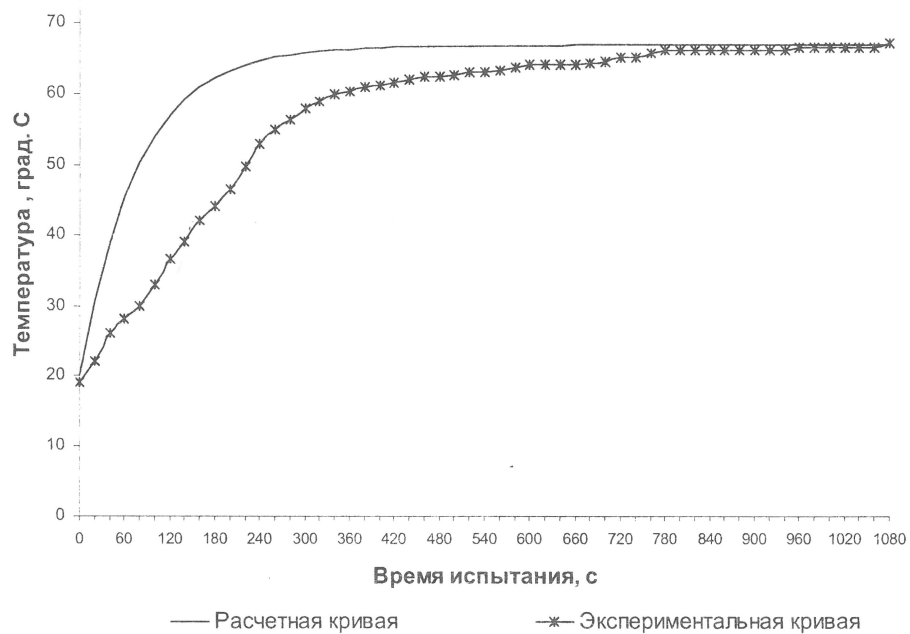


Рисунок 2 – Сравнительные данные кабеля ВВГ 2×4 при токе  $I_{доп} = 44A$

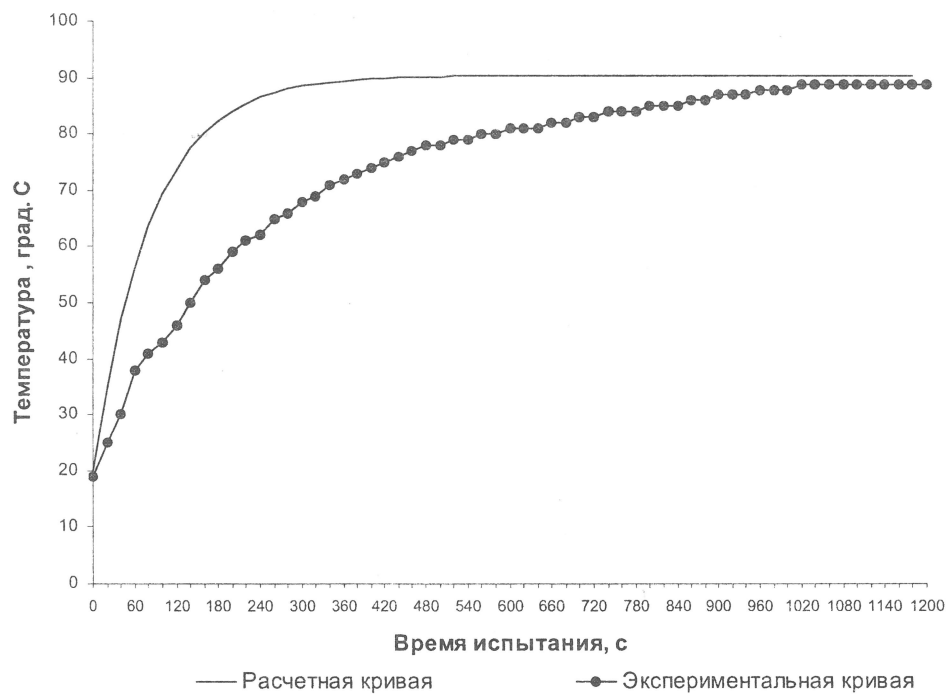


Рисунок 3 – Сравнительные данные кабеля ВВГ 2×4 при токе  $I = 52A$



## ЛИТЕРАТУРА

1. Правила устройства электроустановок. – 6-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 648 с.
2. Справочник по проектированию электрических сетей и электрооборудования / под ред. В.И. Круповича, Ю.Г. Барыбина, М.Л. Самовера. – 3-е изд. – М.: Энергоиздат, 1981. – 408 с.
3. Смелков, Г.И. Пожарная опасность проводов при неполных коротких замыканиях и перегрузках / Г.И. Смелков // Пожарная профилактика в электроустановках: сб. науч. тр. – М.: ВНИИПО, 1981. – С. 3–18.
4. Методика экспериментального исследования пожарной опасности элементов электропроводок в зависимости от вида конструкции электропроводок, величины протекания электрического тока, режимов работы электрической сети. – НИИ ПБ и ЧС МЧС РБ, 2006.
5. ГОСТ 16442 – 80. Кабели силовые с пластмассовой изоляцией. Технические условия.
6. НПБ 9 – 2000. Кабели и провода электрические. Показатели пожарной опасности. Методы испытания.
7. Уонг, Х. Основные формулы и данные по теплообмену для инженеров: справочник: пер. с англ. / Х. Уонг. – М., Атомиздат, 1979. – 216 с.
8. Кошмаров, Ю.А. Термодинамика и теплопередача в пожарном деле / Ю.А. Кошмаров, М.П. Башкирцев. – М.: ВПТШ МВД СССР, 1987. – 444 с.
9. Башкирцев, М.П. Основы пожарной теплофизики / М.П. Башкирцев [и др.]. – 3-е изд. – М.: Стройиздат, 1984. – 200 с.

*Поступила в редакцию 11 января 2007 г.*