УДК 630.432

ОПТИМИЗАЦИЯ ОГНЕЗАЩИТНО-ОГНЕТУШАЩИХ СВОЙСТВ СОСТАВА ДЛЯ ПРЕДОТВРАЩЕНИЯ И ЛОКАЛИЗАЦИИ ПОЖАРОВ В ПРИРОДНОМ КОМПЛЕКСЕ МЕТОДОМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Богданова В.В.*, д.х.н., профессор, Кобец О.И.*, к.х.н.,
Людко А.А., Кирлица В.П.***, к.ф.-м.н.**
***Учреждение образования Белорусского государственного университета**
«Научно-исследовательский институт физико-химических проблем»
**** Командно-инженерный институт МЧС Республики Беларусь**
*****Белорусский государственный университет**

e-mail: mail@kii.gov.by

С помощью математического планирования эксперимента определены оптимальные соотношения основных компонентов разрабатываемого огнезащитно-огнетушащего состава (ОЗТС) для предотвращения и тушения лесных и торфяных пожаров в природном комплексе. Установлено, что эффективность ОЗТС возрастает при увеличении в рецептуре состава количества реагентов, содержащих фосфор и азот и/или металл и азот. Абсолютные значения коэффициентов регрессии указывают, что наибольшее влияние на огнетушащую эффективность оказывает содержание азота в рецептуре ОЗТС.

With the help of mathematical planning of experiments, we has determined the optimal ratio of the main components developed fire-retardant-extinguishing composition (FREC) to prevent and extinguish forest and peat fires in natural complex. It has been established that the efficiency of FREC rises with increasing the quantity of reagents containing phosphorus and nitrogen and/or metal and nitrogen in the formulation of the composition. The absolute values of regression coefficients indicate that the greatest influence on extinguishing efficiency has nitrogen containing in the FREC recipe.

(Поступила в редакцию 13 июля 2011 г.)

Введение

Проведенные ранее исследования [1] составов для предотвращения и тушения лесных и торфяных пожаров показали, что определяющим фактором, оказывающим влияние на их огнезащитные и огнетушащие свойства, является содержание и соотношение основных элементов: азот, фосфор, двух- и/или трехвалентные металлы. Однако определение оптимального соотношения компонентов и создание условий для задействования максимального количества факторов, способствующих прекращению горения, требуют проведения большого количества экспериментов с поочередным варьированием каждого исследуемого фактора. Это сопровождается большими финансовыми и временными затратами.

С целью нахождения значимых факторов, существенно влияющих на эффективность ОЗТС по отношению к древесине и торфу, поиска оптимального соотношения исходных реагентов в рецептуре разрабатываемого антипиренового средства, количественной оценки основных эффектов и эффектов взаимодействия факторов в исследуемой системе использованы приемы математического планирования эксперимента [2]. При этом применялась схема полного факторного эксперимента (ПФЭ), в ходе которого варьировали одновременно три фактора.

Построение математической модели

Эксперименты проводили на двух уровнях (при двух значениях факторов), используя постановку опытов по плану ПФЭ типа 2^3, в процессе которого осуществляли все возможные комбинации из трех определяющих факторов. В качестве определяющих факторов выбраны три компоненты: x_1 – фосфор, x_2 – бентонитовая глина, x_3 – содержание азота. В результате проведенной серии разведочных экспериментов выбран продукт синтеза с содержанием в 100 г состава трех основных компонентов, пересчитанных на фосфор, бентонитовую глину и азот: $x_1^{(0)}$ = 6,09 г, $x_2^{(0)}$ = 2,8 г, $x_3^{(0)}$ = 6,09 г. В ходе двух экспериментов в этой точке получены результаты по огнетушащей эффективности по отношению к торфу в %: y_1 = 2,2 %; y_2 = 1,45 % (среднее значение $\overline{y}^{(0)}_{\text{торф}}$ = 1,825 %). Огнезащитная эффективность по отношению к древесине в % составила: y_1 = 4,284 %; y_2 = 4,541 %, y_3 = 4,247 %; y_4 = 3,808 % (среднее значение $\overline{y}^{(0)}_{\text{древ}}$ = 4,22 %).

Известно [3], что качество любого процесса (в частности, процесса прекращения горения) характеризуется несколькими функциями отклика. В нашем случае этими функциями являются значения огнетушащей эффективности ОЗТС на торфе и огнезащитной эффективности на древесине. Поскольку оказалось невозможным найти такое сочетание значений влияющих факторов, при котором одновременно достигаются экстремумы обеих интересующих функций отклика, то для улучшения огнезащитно-огнетушащих свойств разработанного ОЗТС одновременно по отношению к торфу и древесине был использован следующий подход. На основе математического планирования эксперимента сначала была построена адекватная модель, описывающая влияние выбранных факторов на огнетушащую эффективность состава по отношению к торфу. Затем минимизировали функцию отклика огнетушащей эффективности ОЗТС по отношению к торфу (Δm) по методу Бокса-Уильсона [3, 4] с одновременным условием увеличения его огнезащитной эффективности (уменьшения потери массы при горении огнезащищенной древесины в %) по отношению к древесине.

Для выявления механизма огнетушащей эффективности по отношению к торфу точка (x_1; x_2; x_3) = (6,09; 2,8; 6,09) выбрана в качестве центра плана ПФЭ. Согласно плану, представленному в табл. 1, в качестве феноменологической модели, объясняющей процесс огнетушащей эффективности состава по отношению к торфу, выбрана следующая модель − уравнение регрессии с коэффициентами парного взаимодействия [4]:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{23}x_2x_3, \tag{1}$$

где y – среднее ожидаемое значение огнетушащей эффективности.

Таблица 1 − Матрица планирования полного факторного эксперимента 2^3

№ эксперимента	Факторы в натуральном масштабе			Факторы в кодированных переменных			Функция отклика, Δm, %
	x_1	x_2	x_3	X_1	X_2	X_3	
1	5,48	2,52	5,48	-1	-1	-1	y_{11}=3,62; y_{12}=3,98
2			6,7			1	y_{21}=2,71; y_{22}=3,06
3		3,08	5,48		1	-1	y_{31}=2,68; y_{32}=3,13
4			6,7			1	y_{41}=1,35; y_{42}=1,17
5	6,7	2,52	5,48	1	-1	-1	y_{51}=3,51; y_{52}=2,61
6			6,7			1	y_{61}=2,51; y_{62}=2,37
7		3,08	5,48		1	-1	y_{71}=1,64; y_{72}=1,91
8			6,7			1	y_{81}=1,06; y_{82}=0,83

В модели (1) для построения ПФЭ перейдем к кодированным переменным X_i:

$$X_i = \frac{x_i - x_i^{(0)}}{\Delta x_i}, i = 1, 2, 3, \tag{2}$$

где x_i – факторы в натуральном масштабе;

$x_i^{(0)}$ – содержание компонентов в базовом составе;

Δx_i – интервал варьирования по переменной.

Интервал варьирования выбран приблизительно равным 10 % от $x_i^{(0)}$ для каждой из переменных: $\Delta x_1 = 0{,}61$; $\Delta x_2 = 0{,}28$; $\Delta x_3 = 0{,}61$. Каждая из кодированных переменных $X_i \in [-1; 1]$, $i = 1, 2, 3$. В кодированных переменных модель (1) принимает вид:

$$y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_{12}X_1X_2 + b_{13}X_1X_3 + b_{23}X_2X_3. \quad (3)$$

Для получения оценок неизвестных параметров в модели (3) в соответствии с ПФЭ в восьми вершинах куба кодированных переменных: $X^{(1)} = (-1,-1,-1)$, $X^{(2)} = (-1,-1,1)$, $X^{(3)} = (-1,1,-1)$, $X^{(4)} = (-1,1,1)$, $X^{(5)} = (1,-1,-1)$, $X^{(6)} = (1,-1,1)$, $X^{(7)} = (1,1,-1)$, $X^{(8)} = (1,1,1)$, проведены по два наблюдения. В таблице 1 представлены план проведения и результаты экспериментов по определению огнетушащей эффективности по отношению к торфу.

Для того, чтобы записать модель наблюдений (3) в матричном виде, введем вектор $\beta = (b_0, b_1, b_2, b_3, b_{12}, b_{13}, b_{23})$ – вектор неизвестных параметров размерности семь. Матрица ПФЭ с повторными наблюдениями в каждой из точек $X^{(i)}$, $i = 1, 2,\ldots, 8$ выглядит следующим образом:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Столбцы матрицы (4) взаимно ортогональны. Результаты экспериментов представим в виде вектора y размерности 16:

$$y' = (y_{11}, y_{12}, y_{21}, y_{22}, y_{31}, y_{32}, y_{41}, y_{42}, y_{51}, y_{52}, y_{61}, y_{62}, y_{71}, y_{72}, y_{81}, y_{82}).$$

Далее по тексту y' – вектор-строка, y – вектор-столбец.

Обозначим через $f(X) = f(X_1, X_2, X_3) = (1, X_1, X_2, X_3, X_1X_2, X_1X_3, X_2X_3)$ p-мерную базисную функцию, где p – число неизвестных параметров модели наблюдений. В данном случае $p = 7$. Тогда в векторном виде модель (3) принимает вид $y = \beta f(X)'$.

Модель наблюдений (3) по всем проведенным экспериментам в матричной форме записи принимает вид:

$$Y = X\beta. \quad (5)$$

Наилучшая линейная несмещенная оценка [4] для модели (5) равна:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} \cdot X'Y. \qquad (6)$$

Так как матрица X – это матрица со взаимно ортогональными столбцами, то формула (6) значительно упрощается

$$\hat{\beta} = N^{-1} X'Y, \qquad (7)$$

где $N = n \cdot m$ – общее число экспериментов, n – количество различных точек $X^{(i)}$ в ПФЭ, m – количество повторных наблюдений в каждой точке. В наших условиях $n = 8$, $m = 2$, $N = 2 \cdot 8 = 16$.

С помощью статистических функций электронных таблиц Excel получены оценки параметров модели (3):

$$\hat{y} = 2{,}384 - 0{,}329X_1 - 0{,}663X_2 - 0{,}501X_3 - 0{,}033X_1X_2 + 0{,}139X_1X_3 - 0{,}118X_2X_3. \qquad (8)$$

Для определения адекватности полученной модели наблюдений (8), воспользовались критерием адекватности моделей, полученных в ходе ПФЭ с повторными наблюдениями в каждой точке спектра плана (формула (4.5.28) из [4]):

$$\frac{(N-n)(m \cdot \bar{Y}'\bar{Y} - N \cdot \|\hat{\beta}\|^2)}{(n-p)(Y'Y - m \cdot \bar{Y}'\bar{Y})} \le F_{\alpha;n-p;N-n}, \qquad (9)$$

где $N = n \cdot m$ – общее число наблюдений;

n – число различных точек в ПФЭ;

m – число повторных наблюдений в каждой точке спектра ПФЭ;

p – число неизвестных параметров модели;

$\bar{Y}$ – вектор средних наблюдаемых значений в каждой точке спектра ПФЭ;

$F_{\alpha;n\text{-}p;N\text{-}n}$ – значение критерия Фишера с n-p, N-n степенями свободы.

При выполнении неравенства (9) модель признается адекватной полученным наблюдениям на уровне значимости α.

Проверим выполнимость неравенства (9) для наших наблюдений для уровня значимости $\alpha = 0{,}05$. Для проведенных экспериментов $n = 8$, $m = 2$, $N = 2 \cdot 8 = 16$, $p = 7$, $F_{\alpha;n\text{-}p;N\text{-}n} = F_{0,05;1;8} = 5{,}318$. Вектор средних значений $\bar{Y} = (3{,}8;\ 2{,}885;\ 2{,}905;\ 1{,}26;\ 3{,}06;\ 2{,}44;\ 1{,}775;\ 0{,}945)$, квадрат нормы этого вектора $\bar{Y}'\bar{Y} = 52{,}151$, квадрат нормы вектора наблюдений Y равен: $Y'Y = 105{,}023$. Квадрат нормы вектора оценок равен: $\|\hat{\beta}\|^2 = 6{,}515$. Подставив эти значения в левую часть неравенства (9), получаем значение 0,75, что меньше $F_{0,05;1;8} = 5{,}318$, следовательно, модель (8) адекватна наблюдаемым значениям на уровне значимости 0,05.

Проверим значимость коэффициентов в модели (8). Согласно формуле (3.2.13) из [4] коэффициент β_i значим, если выполняется неравенство

$$\frac{|\hat{\beta}_j|}{s\sqrt{c_{jj}}} > t_{\alpha;N-p}, \qquad (10)$$

где $t_{\alpha;N\text{-}p}$ – значение критерия Стьюдента для N-p степеней свободы;

c_{jj} – элемент обратной матрицы $(X'X)^{-1}$;

s^2 – несмещенная оценка дисперсии равноточных наблюдений, вычисляемая по формуле

$$s^2 = \frac{1}{N-p}\sum_{j=1}^{N}(y_j - \hat{\beta}' f(X^j))^2.$$

Для ПФЭ $c_{jj} = \frac{1}{N}$, значение $s\sqrt{c_{jj}}$, рассчитанное по соответствующей статистической функции Excel, равно: $s\sqrt{c_{jj}}$ = 0,074, а значение $t_{0,05;9}$ = 2,262. Используя критерий значимости (10), замечаем, что коэффициенты b_{12}, b_{13}, b_{23} в модели (3) не значимы, тогда как остальные коэффициенты – значимы. Коэффициенты b_{12}, b_{13}, b_{23} соответствуют парным взаимодействиям в модели (3). Если их не учитывать, то модель (3) очень упрощается и плохо описывает реальный феноменологический эффект огнетушащей эффективности. Наличие в модели (3) трех незначимых коэффициентов можно объяснить малым количеством экспериментов (N = 16), не позволяющим значимо оценить семь неизвестных коэффициентов модели (3). В связи с этим для получения большей информации при оценке неизвестных параметров было решено увеличить количество экспериментов. Для этого в каждой точке спектра ПФЭ дополнительно проведено еще по одному эксперименту. Дополнительно получены следующие результаты наблюдений: y_{13} = 3,80; y_{23} = 2,89; y_{33} = 3,10; y_{43} = 1,18; y_{53} = 2,80; y_{63} = 2,48; y_{73} = 1,70; y_{83} = 0,94. Значение y_{i3} – это результат эксперимента в точке $X^{(i)}$, i = 1, 2, …, 8 ПФЭ.

Произведем переоценку коэффициентов модели (3). Теперь матрица плана эксперимента X в (4) будет насчитывать не 16, а 24 строки и каждой точке $X^{(i)}$ в ней будут соответствовать не две, а три одинаковые строки. Теперь $N = m \cdot n = 3 \cdot 8 = 24$. Переоценка коэффициентов приводит к модели:

$$\hat{y} = 2{,}376 - 0{,}346X_1 - 0{,}652X_2 - 0{,}497X_3 - 0{,}031X_1X_2 + 0{,}165X_1X_3 - 0{,}139X_2X_3. \quad (11)$$

Для определения адекватности модели воспользуемся критерием адекватности (9). Значение критерия Фишера $F_{0,05;1;16}$ = 4,494. Вектор средних наблюдаемых значений $\bar{Y}$ равен: $\bar{Y}$ = (3,8; 2,886; 2,97; 1,23; 2,97; 2,45; 1,75; 0,94). Квадрат нормы этого вектора $\bar{Y}'\bar{Y}$ = 51,927. Вектор наблюдаемых значений Y имеет размерность 24 и квадрат нормы этого вектора $Y'Y$ = 156,581. Квадрат нормы оценок модели (11) равен: $\left\|\hat{\beta}\right\|^2$ = 6,486. Вычисление значения статистики Фишера приводит к значению 2,175, которое меньше $F_{0,05;1;16}$ = 4,494, следовательно, согласно условию (9) модель (11) адекватна на уровне значимости 0,05 наблюдаемым значениям.

Для определения значимости коэффициентов в модели (11) воспользуемся критерием (10). Значение статистики Стьюдента $t_{0,05;17}$ = 2,11. Значение $s\sqrt{c_{jj}}$, вычисленное по статистической функции Excel, равно 0,047, $c_{jj} = \frac{1}{\sqrt{24}}$, j = 1, 2,…, 7. Исходя из (10), заключаем, что в модели (3) только один коэффициент b_{12} не значим, тогда как все остальные коэффициенты значимы. Удалим из модели (11) незначимый коэффициент -0,031. Модель (11) принимает вид:

$$\hat{y} = 2{,}376 - 0{,}346X_1 - 0{,}652X_2 - 0{,}497X_3 + 0{,}165X_1X_3 - 0{,}139X_2X_3. \quad (12)$$

В силу свойств ПФЭ при переходе от модели (11) к модели (12) оценки коэффициентов не меняются. В модели наблюдений (12) все оценки коэффициентов значимы на уровне значимости 0,05. Действительно, $t_{0,05;18}$ = 2,1, $s\sqrt{c_{jj}}$ = 0,046 и для всех коэффициентов модели (12) неравенство (10) выполняется.

Проверим адекватность модели (12). Число параметров модели (12) $p = 6$, $n - p = 8 - 6 = 2$, $N - n = 24 - 8 = 16$. Значение критерия Фишера $F_{0,05;2;16} = 3{,}634$. Значение статистики Фишера для модели наблюдений (12) равно 1,088, что меньше 3,634, следовательно, согласно (9), модель наблюдений (12) адекватна на уровне значимости 0,05.

Доверительные интервалы для коэффициентов β_j согласно формуле (3.2.10) [4], равны:

$$\hat{\beta}_j = s\sqrt{c_{jj}}\cdot t_{\alpha;N-p} \le \beta_j \le \hat{\beta}_j + s\sqrt{c_{jj}}\cdot t_{\alpha;N-p},\ j = \overline{1,p}.$$

Для модели (12) доверительные 95% интервалы таковы:

$$2{,}27866 \le b_0 \le 2{,}47384;\ -0{,}44384 \le b_1 \le -0{,}24866;$$
$$-0{,}74967 \le b_2 \le -0{,}55449;\ -0{,}59467 \le b_3 \le -0{,}39949;$$
$$0{,}06782 \le b_{13} \le 0{,}26301;\ -0{,}23634 \le b_{23} \le -0{,}04116.$$

В модели (12) перейдем к натуральным переменным, используя формулу (2). В натуральных переменных модель (12) имеет следующий вид:

$$y = 19{,}952 - 3{,}275x_1 - 4{,}603x_2 - 7{,}31x_3 + 0{,}445x_1x_3 - 0{,}812x_2x_3. \tag{13}$$

Используем модель наблюдений (12) для минимизации значения y по методу Бокса-Уильсона [1].

Антиградиент функции (12) в центре ПФЭ – это вектор $g = (0{,}34625;\ 0{,}65208;\ 0{,}49708)$ размерности три. Осуществим переход из центра плана в новую точку по направлению вектора g: $X^{(i)} = \alpha_i \cdot g$, $i = 1, 2, 3\ldots$, где $\alpha_i > 0$ – параметр шага движения.

При шаге $\alpha_1 = 0{,}2$ из центра плана переходим в точку с координатами: $X_1^{(1)} = 0{,}06925$, $X_2^{(1)} = 0{,}130416$, $X_3^{(1)} = 0{,}099416$ (в натуральных переменных, в точку с координатами: $x_1^{(1)} = 6{,}13$; $x_2^{(1)} = 2{,}84$; $x_3^{(1)} = 6{,}15$). В этой точке проведено 5 экспериментов, результаты которых составляют вектор $y^{(1)}_{(\text{торф})} = (0{,}78;\ 1{,}547;\ 0{,}783;\ 1{,}154;\ 0{,}846)$. Среднее значение этих наблюдений $\overline{y}^{(1)}_{\text{торф}} = 1{,}022 < \overline{y}^{(0)}_{\text{торф}} = 1{,}825$. Расчетное значение y в центре ПФЭ в силу (12) при $X_1 = X_2 = X_3 = 0$ равно: $\overline{y}^{(0)}_{\text{р,торф}} = 2{,}377$. В точке $X^{(1)}$ расчетное значение

$$\overline{y}^{(1)}_{\text{р,торф}} = 2{,}217 < \overline{y}^{(0)}_{\text{р,торф}} = 2{,}377.$$

В точке $x_1^{(1)} = 6{,}13$; $x_2^{(1)} = 2{,}84$; $x_3^{(1)} = 6{,}15$ было также проведено 5 экспериментов по определению огнезащитной эффективности по отношению к древесине, которые дали результаты, составляющие вектор $y^{(1)}_{(\text{древ})} = (3{,}086;\ 3{,}846;\ 3{,}75;\ 2{,}5;\ 5{,}839)$. Среднее значение этих наблюдений $\overline{y}^{(1)}_{\text{древ}} = 3{,}81 < \overline{y}^{(0)}_{\text{древ}} = 4{,}22$.

Таким образом, при переходе из центра плана $x^{(0)} = (6{,}09;\ 2{,}8;\ 6{,}09)$ в новую точку $x^{(1)} = (6{,}13;\ 2{,}84;\ 6{,}15)$ происходит одновременное увеличение огнезащитно-огнетушащей эффективности ОЗТС по отношению и к торфу, и к древесине.

Продолжим движение в выбранном направлении g, полагая $\alpha_2 = 0{,}4$. Переходим в новую точку кодированных переменных: $X_1^{(2)} = 0{,}1385$; $X_2^{(2)} = 0{,}260832$; $X_3^{(2)} = 0{,}198832$. В натуральных переменных эта точка имеет координаты: $x_1^{(2)} = 6{,}17$; $x_2^{(2)} = 2{,}87$; $x_3^{(2)} = 6{,}21$. В этой точке было проведено 5 экспериментов, результаты которых составляют вектор $y^{(2)}_{(\text{торф})} = (0{,}401;\ 0{,}413;\ 0{,}011;\ 0{,}305;\ 0{,}037)$. Среднее значение этих наблюдений $\overline{y}^{(2)}_{(\text{торф})} = 0{,}233 < \overline{y}^{(1)}_{(\text{торф})} = 1{,}022$.

В точке $X^{(2)}$ расчетное значение

$$\overline{y} = 2{,}057 < \overline{y}^{(1)}_{\text{р,торф}} = 2{,}217.$$

В точке $x_1^{(2)} = 6{,}17$; $x_2^{(2)} = 2{,}87$; $x_3^{(2)} = 6{,}21$ было также проведено 5 экспериментов по определению огнезащитной эффективности по отношению к древесине. Они составляют вектор $y^{(2)}_{(\text{древ})} = (2{,}548; 2{,}516; 2{,}247; 3{,}067; 3{,}871)$. Среднее значение $\bar{y}^{(2)}_{\text{древ}} = 2{,}85 < \bar{y}^{(1)}_{\text{древ}} = 3{,}81$. Таким образом, при переходе из точки $x^{(1)}$ в точку $x^{(2)}$, снова наблюдается одновременное улучшение огнезащитно-огнетушащих свойств ОЗТС и по отношению к торфу, и по отношению к древесине.

Продолжаем движение в выбранном направлении g, полагая $\alpha_3 = 0{,}6$. Переходим в точку $X^{(3)}$ с координатами: $X_1^{(3)} = 0{,}20775$; $X_2^{(3)} = 0{,}391248$; $X_3^{(3)} = 0{,}298248$, которая в натуральных переменных имеет координаты: $x_1^{(3)} = 6{,}22$; $x_2^{(3)} = 2{,}91$; $x_3^{(3)} = 6{,}27$. В этой точке было проведено 5 экспериментов, результаты которых составляют вектор $y^{(3)}_{(\text{торф})} =$ $= (3{,}367; 1{,}526; 2{,}89; 2{,}224; 1{,}831)$. Среднее значение этих наблюдений $\bar{y}^{(3)}_{\text{торф}} =$ $= 2{,}368 > \bar{y}^{(2)}_{\text{торф}} = 0{,}233$.

В точке $X^{(3)}$ расчетное значение

$$\bar{y}^{(3)}_{\text{р,торф}} = 1{,}895 < \bar{y}^{(2)}_{\text{р,торф}} = 2{,}057.$$

В точке $X^{(3)}$ расчетное значение продолжает убывать, но экспериментальное значение увеличилось ($\bar{y}^{(3)}_{\text{торф}} > \bar{y}^{(2)}_{\text{торф}}$). В точке $x^{(3)}$ экспериментальные значения огнетушащей эффективности по отношению к древесине составляют вектор $y^{(3)}_{(\text{древ})} = (5{,}405; 5{,}921; 4{,}605; 4{,}268; 4{,}667)$. Среднее значение $\bar{y}^{(3)}_{\text{древ}} = 4{,}973 > \bar{y}^{(2)}_{\text{древ}} = 2{,}85$. В данном случае при переходе из точки $x^{(2)}$ в точку $x^{(3)}$ происходит одновременное ухудшение огнетушащей эффективности по отношению к торфу и огнезащитной эффективности по отношению к древесине.

Основываясь на экспериментальных данных, заключаем, что в точке $X^{(2)}$, значения $\bar{y}_{\text{торф}}$ и $\bar{y}_{\text{древ}}$ достигают улучшенных значений. Для того, чтобы получить значение глобального минимума, необходимо центр плана ПФЭ переместить в точку $X^{(2)}$ и снова использовать метод Бокса-Уильсона. Однако, как отмечено в [3], поиск глобального экстремума в химических экспериментах не производится, если это экономически не оправдано и если полученный результат удовлетворяет экспериментатора. В нашем случае дальнейший поиск лучших значений огнезащитной и огнетушащей эффективности не производился, так как полученные значения эффективности оказались удовлетворительными. Координаты в точке $X^{(2)}$ следующие: $x_1^{(2)} = 6{,}17$; $x_2^{(2)} = 2{,}87$; $x_3^{(2)} = 6{,}21$.

Таким образом, модель наблюдений (13) достаточно точно описывает огнетушащую эффективность предложенного состава по отношению к торфу и огнезащитную эффективность по отношению к древесине. При содержании 6,17 г фосфора, 2,87 г бентонитовой глины и 6,21 г азота на 100 г раствора получена композиция, обладающая хорошей огнетушащей эффективностью по отношению к торфу и огнезащитной эффективностью по отношению к древесине.

Заключение

Установлено, что в исследуемой системе наблюдается взаимное влияние факторов, проявляющееся в виде эффектов парного взаимодействия фосфора (x_1) и азота (x_3), а также металла (x_2) и азота (x_3). Согласно полученным значениям коэффициентов регрессии потеря массы огнезащищенных торфа и древесины уменьшается (эффективность ОЗТС возрастает) при увеличении в рецептуре состава количества реагентов, содержащих фосфор и азот или металл и азот. Абсолютные значения коэффициентов регрессии указывают, что наибольшее влияние на огнетушащую эффективность оказывает содержание азота в рецептуре ОЗТС. Этот факт является математическим подтверждением полученных нами [1] ранее экспериментальных данных о том, что исследуемые металлофосфатные системы для торфа и древесины проявляют комплексный механизм огнетушащего действия, причем доминирующая роль принадлежит ингибированию процессов горения в газовой фазе в основном азотсодержащими продуктами термолиза антипиреновых композиций. Метод математического планирования эксперимента позволил быстрее и с меньшей ошибкой по сравнению с традиционными методами найти совокупность значений факторов, при использовании которых получена рецептура металлофосфатной системы с улучшенными огнезащитно-огнетушащими свойствами по отношению к торфу и древесине.

Литература

1. Богданова, В.В. Новые подходы к созданию эффективных и экономичных огнетушащих и огнезащитных средств для природных горючих материалов / В.В. Богданова, О.И. Кобец, А.А. Людко // Чрезвычайные ситуации: предупреждение и ликвидация : сб. тезисов докладов V Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 2009 г. : в 3 т. – Т. 1 – С. 148–151.
2. Ахназарова, С.Л. Оптимизация эксперимента в химии и химической технологии / С.Л. Ахназарова, В.В. Кафаров ; под ред. С.Л. Ахназаровой. – М. : Высш. шк., 1978. – 319 с.
3. Саутин, С.Н. Планирование эксперимента в химии и химической технологии / С.Н. Саутин. – Л. : Химия, 1975. – 48 с.
4. Асатурян, В.И. Теория планирования эксперимента : учеб. пособие для вузов по спец. «Прикл. математика» / В.И. Асатурян. – М. : Радио и связь, 1983. – 248 с.