

УДК 621.316.9

ИССЛЕДОВАНИЕ СТАЦИОНАРНОГО НАГРЕВА ИЗОЛИРОВАННОГО ПРОВОДНИКА С ТОКОМ ПРИ ОТКРЫТОЙ ПРОКЛАДКЕ В ТРУБАХ

Дмитриченко А.С. *, к.т.н., доцент, Яновский С.Ю. **, к.ф.-м.н., Чайчиц Н.И. ***

*Белорусский государственный технологический университет

**Институт тепло и -массообмена им. А.В. Лыкова НАН Беларуси

***Командно инженерный институт МЧС Республики Беларусь,

e-mail: mikol@tut.by

Разработана математическая модель стационарного нагрева изолированного проводника с током при открытой прокладке в трубах. Особенностью модели является учет теплообмена излучением, теплопроводностью и конвекцией, что позволяет более точно моделировать тепловые процессы. Проведены экспериментальные исследования, подтверждающие достоверность разработанной модели.

A mathematical model of stationary heating of the isolated conductor, when laying exposed in the pipes. The model takes into account the heat transfer by radiation, thermal diffusivity and convection, which permits more accurate simulation of the thermal processes. Experimental studies was carried out which confirm the accuracy of the developed model.

(Поступила в редакцию 15 июля 2013 г.)

Кабельное изделие в процессе эксплуатации подвергается термическому воздействию со стороны электрического тока, протекающего по токоведущей жиле. Предотвращение перегрева кабельного изделия обеспечивается путем правильного выбора на стадии проектирования сечений токопроводящих жил. Для различных марок и сечений электрических проводников определены предельно допустимые значения силы тока из условий заданных предельной температуры нагрева, температуры окружающей среды и способа прокладки. Эти значения сведены в таблицы [1] и являются нормативными данными. Однако данные по прокладке в трубах имеют ограниченный характер и не соответствуют всему спектру производимой на сегодняшний день кабельной продукции. Поэтому актуальной задачей является разработка аналитической модели стационарного нагрева проводника с током при прокладке в трубах.

Трубы применяются в тех случаях, когда по условиям среды недопустим другой вид проводки, например на химических предприятиях с взрывоопасной или химически активной средой, на ряде металлургических производств.

В данном случае постановка задачи имеет следующий вид.

Кабельный канал представляет собой горизонтальную трубу круглого сечения из поливинилхлорида с внутренним радиусом d_1 и внешним радиусом d_2 . Труба расположена открыто в воздухе. Внутри трубы находится воздух и круглый кабель сечения d_0 .

Математическая модель движения и теплообмена воздуха в трубе основывается на законах сохранения массы, количества движения и энергии. Поток воздуха в трубе считаем ламинарным. Кроме того, предполагается, что задача стационарная, двухмерная, а воздушная среда несжимаема.

Уравнения, описывающие процессы теплообмена для ламинарного несжимаемого воздушного потока в условиях естественной конвекции, в безразмерном виде могут быть записаны так [2]:

уравнение неразрывности для несжимаемой среды

$$\nabla \vec{u} = 0; \quad (1)$$

уравнение движения

$$\vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = -\nabla p + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \nabla \left[\left(\left(\frac{T}{T_0} \right)^{0.76} \right) \nabla \vec{u} \right] + \theta \vec{g}; \quad (2)$$

уравнение энергии

$$\sqrt{\text{Ra Pr}} \nabla \theta = \nabla^2 \theta; \quad (3)$$

уравнение теплопроводности для слоя изоляции

$$\frac{\lambda_{uz}}{\lambda_e} \nabla^2 \theta = 0; \quad (4)$$

уравнение теплопроводности для проводника с током

$$\frac{\lambda_{np}}{\lambda_e} \nabla^2 \theta + 1 = 0, \quad (5)$$

где \vec{u} – безразмерный вектор скорости воздуха в трубе;
 p – безразмерное отклонение давления воздуха от гидростатического;
 θ – безразмерная температура;
 λ_{np} – коэффициент теплопроводности провода, Вт/(м·К);
 λ_{uz} – коэффициент теплопроводности изоляции, Вт/(м·К);
 λ_e – коэффициент теплопроводности воздуха, Вт/(м·К);
 Ra – критерий Рэлея;
 Pr – критерий Прандтля;
 g – ускорение свободного падения, м/с²;
 T – текущая температура воздуха в трубе, К;
 T_0 – начальная температура воздуха в трубе, К.

На границах канала и на поверхности кабелей задается условие непроницаемости и прилипания:

$$\vec{u} = 0. \quad (6)$$

Конвективный теплообмен между кабелем и стенками трубы необходимо дополнить теплообменом излучением между сегментами поверхностей, являющимися границами области, занятой в данной постановке воздухом. Расчет суммарной плотности радиационного потока на поверхностях можно выполнить матричным методом. Плотность эффективного излучения i -го сегмента поверхности определялся по формуле [3]:

$$J_i = \varepsilon_i \sigma T_i^4 + (1 - \varepsilon_i) F_{i-j} J_j, \quad (7)$$

где J_j – излучение сегмента j , Вт/м²;

F_{i-j} – угловой коэффициент от поверхности i к поверхности j ;

ε_i – степень черноты поверхности i ;

T_i – температура i -го сегмента поверхности, К;

σ – постоянная Стефана-Больцмана, Вт/(м²·К⁴).

На границах раздела сред можно задать условие идеального контакта при равенстве тепловых потоков.

Решение системы уравнений (1) – (7) представляет значительные трудности и может быть получено только численно. Поэтому для оценки нагрева кабеля в трубе будем использовать упрощенную методику, с введением понятия эффективного коэффициента теплопроводности воздушной прослойки между изоляцией кабеля и поверхностью трубы [4].

Теплообмен через замкнутую воздушную прослойку происходит теплопроводностью, конвекцией и излучением, что учитывается эквивалентным коэффициентом теплопроводности:

$$\lambda_{\text{э}} = \lambda_{\text{к}} + \lambda_{\text{л}}, \quad (8)$$

где $\lambda_{\text{к}}$ – коэффициент теплопроводности конвекцией, Вт/(м·К);

$\lambda_{\text{л}}$ – коэффициент теплопроводности излучением, Вт/(м·К).

Коэффициент теплопроводности конвекцией $\lambda_{\text{к}}$ вычисляется по формуле

$$\lambda_{\text{к}} = \varepsilon_{\text{к}} \cdot \lambda_{\text{г}}, \quad (9)$$

где $\lambda_{\text{г}}$ – коэффициент молекулярной теплопроводности воздуха, (Вт/(м·К));

$\varepsilon_{\text{к}}$ – безразмерный коэффициент конвекции, равный:

$$\varepsilon_{\text{к}} = 0.18 \cdot (Gr Pr)^{0.25}. \quad (10)$$

В (10) Pr и Gr соответственно числа Прандтля и Грасгофа, определяемые из соотношений:

$$Pr = \frac{\nu}{a}, \quad (11)$$

$$Gr = \frac{g \delta^3 \beta \Delta T}{\nu^2}, \quad (12)$$

где g – ускорение свободного падения, м/с²;

a – коэффициент температуропроводности воздуха, м²/с;

ν – кинематическая вязкость воздуха, м²/с;

ΔT – перепад температур в воздушной прослойке, внутри трубы, К.

$$\Delta T = T_{\text{из}} - T_{\text{вн.тр.}}, \quad (13)$$

где $T_{\text{из}}$ и $T_{\text{вн.тр.}}$ – температура поверхности изоляции кабеля и тепловоспринимающей внутренней поверхности стенки трубы, К;

δ – усредненная геометрически толщина воздушной прослойки внутри трубы-оболочки, м.

Для одиночного кабеля диаметром d_0 , в трубе с внутренним диаметром d_1

$$\delta = \frac{d_1^2 - d_0^2}{2(d_1 + d_0)} = \frac{d_1 - d_0}{2}. \quad (14)$$

Соотношение (10) может также быть записано в виде

$$\varepsilon_{\text{к}} = A \sqrt[4]{\delta^3 \Delta T}. \quad (15)$$

Где коэффициент A определяется физическими свойствами воздуха

$$A = 0,18 \frac{(\beta g Pr)^{0,25}}{\nu^{0,5}} = 0,8 \left(\frac{\beta g}{a \nu} \right)^{0,25}, \quad a = \frac{\lambda_g}{\rho_g c_{pg}} \quad (16)$$

Если вычисленная величина ε_k оказывается меньше 1 (при малых толщинах прослойки), принимается $\lambda_k = \lambda_{\text{воз}}$ – как для неподвижного воздуха.

Коэффициент теплопроводности излучением λ_n для цилиндрической воздушной прослойки в трубе можно определить по следующей формуле [4]:

$$\lambda_n = \alpha_n \frac{d_0}{2} \ln \left(\frac{d_1}{d_0} \right), \quad (17)$$

где d_0 и d_1 – диаметр внутренней и наружной поверхности прослойки, м;

α_n – коэффициент теплоотдачи излучением, Вт/(м²·К).

$$\alpha_n = \frac{C_n \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]}{T_1 - T_2}, \quad (18)$$

где T_1 и T_2 – абсолютная температура поверхности кабеля и тепловоспринимающей стенки трубы, К;

C_n – коэффициент взаимного излучения (обеих поверхностей), Вт/(м²·К⁴).

$$C_n = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{S_1}{S_2} \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_s} \right)}, \quad (19)$$

где C_1 , C_2 и C_s – коэффициенты излучения поверхностей кабеля, стенки и абсолютно черного тела, $C_s = 5,77$ Вт/(м²·К⁴). Для стенки пластмассовой трубы принято $C_2 = 5,19$, для кабеля $C_1 = 4,62$ [3].

Выпишем уравнения баланса тепла для системы проводник – изоляция – воздушная прослойка в трубе – труба – окружающая среда. Для достаточно длинного проводника при одинаковых условиях теплоотвода с поверхности по всей его длине передача тепла происходит только в радиальном направлении. В этом случае интенсивность источников тепла q_1 (Вт/м) на участке проводника длиной, равной единице, равна:

$$q_1 = \frac{I^2 \gamma_0 (1 + \beta T) \cdot S \cdot 1}{S^2} = \frac{I^2 \gamma_0 (1 + \beta T)}{S} = \frac{I^2 \gamma_0}{\pi r_{\alpha}^2} (1 + \beta T), \quad (20)$$

где γ_0 – удельное сопротивление проводника при 0° С Ом м;

I – сила тока, А;

$r_{\text{ж}}$ – радиус жилы, м;

β – коэффициент температурного изменения сопротивления К⁻¹.

В установившемся состоянии это же тепловой поток отводится от участка проводника длиной, равной единице в изоляцию

$$q_1 = \frac{T_{жс} - T_{из}}{R_{из}}, \quad (21)$$

$$R_{из} = \frac{1}{2\pi\lambda_{из}} \ln\left(\frac{r_{из}}{r_{жс}}\right), \quad (22)$$

где $T_{жс}$ – температура проводника на стыке с изоляцией, К;

$T_{из}$ – температура наружной поверхности изоляции, К;

$R_{из}$ – термическое сопротивление слоя изоляции, м·К/Вт;

$r_{из}$ – радиус изоляции, м;

$r_{жс}$ – радиус жилы, м;

$\lambda_{из}$ – коэффициент теплопроводности изоляции, Вт/(м·К).

Этот же поток отводится за счет конвективного и радиационного теплообмена с поверхности участка изоляции длиной, равной единице в воздушную прослойку между кабелем и внутренней поверхностью трубы:

$$q_1 = \frac{T_{из} - T_{вн.тр}}{R_{возд.пр.}}, \quad (23)$$

$$R_{возд.пр.} = \frac{1}{2\pi\lambda_3} \ln\left(\frac{r_{вн.тр}}{r_{из}}\right), \quad (24)$$

где $T_{из}$ – температура наружной поверхности изоляции, К;

$T_{вн.тр}$ – температура внутренней поверхности трубы, К;

$R_{возд.пр.}$ – термическое сопротивление воздушной прослойки между кабелем и внутренней поверхностью трубы, м·К/Вт;

$r_{из}$ – радиус изоляции, м;

$r_{вн.тр}$ – радиус внутренней поверхности трубы, м;

λ_3 – эквивалентный коэффициент теплопроводности воздушной прослойки, Вт/(м·К).

Этот же тепловой поток проходит через стенку трубы длиной, равной единице

$$q_1 = \frac{T_{вн.тр} - T_{н.тр}}{R_{тр}}, \quad (25)$$

$$R_{тр.} = \frac{1}{2\pi\lambda_{тр}} \ln\left(\frac{r_{н.тр}}{r_{вн.тр}}\right), \quad (26)$$

где $T_{вн.тр}$ – температура внутренней поверхности трубы, К;

$T_{н.тр}$ – температура наружной поверхности трубы, К;

$R_{тр.}$ – термическое сопротивление трубы, м·К/Вт;

$r_{вн.тр}$ – радиус внутренней поверхности трубы, м;

$r_{н.тр}$ – радиус наружной поверхности трубы, м;

$\lambda_{тр}$ – коэффициент теплопроводности материала трубы, Вт/(м·К).

И, наконец, этот же поток отводится за счет конвективного и радиационного теплообмена с внешней поверхности участка трубы, равной единице в окружающую среду

$$q_1 = \alpha(T_{н.тр} - T_6) \cdot S_1 \cdot 1 = \alpha(T_{н.тр} - T_6) \cdot 2\pi r_{н.тр} . \quad (27)$$

Таким образом, приравнявая (20), (21), (23), (25) и (27) получаем систему четырех уравнений баланса тепла (28), (29), (35) и (36) для четырех неизвестных – температуры жилы $T_{жс}$, температуры наружной поверхности изоляции $T_{уз}$, $T_{вн.тр}$ – температуры внутренней поверхности трубы, и $T_{н.тр}$ – температуры наружной поверхности трубы:

$$\frac{I^2 \gamma_0}{\pi r_{жс}^2} (1 + \beta T_{жс}) = \frac{2\pi \lambda_{уз} (T_{жс} - T_{уз})}{\ln \left(\frac{r_{уз}}{r_{жс}} \right)} , \quad (28)$$

$$\frac{2\pi \lambda_{уз} (T_{жс} - T_{уз})}{\ln \left(\frac{r_{уз}}{r_{жс}} \right)} = \frac{2\pi \lambda_3 (T_{уз}, T_{вн.тр}) (T_{уз} - T_{вн.тр})}{\ln \left(\frac{r_{вн.тр}}{r_{уз}} \right)} . \quad (29)$$

Где из (8)-(12)

$$\lambda_3 (T_{уз}, T_{вн.тр}) = 0,18 \cdot \lambda_6 (T_{уз}, T_{вн.тр}) \cdot (Gr^* (T_{уз}, T_{вн.тр}) Pr^* (T_{уз}, T_{вн.тр}))^{0,25} +$$

$$+ \frac{\left[\left(\frac{T_{уз}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{вн.тр}}{100} \right)^4 \right]}{\left[\frac{1}{C_1} + \frac{r_{уз}}{r_{вн.тр}} \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_s} \right) \right]} r_{уз} \ln \left(\frac{r_{вн.тр}}{r_{уз}} \right) , \quad (30)$$

$$\lambda_6 (T_{уз}, T_{вн.тр}) = 0,02416 + 7,616 \cdot 10^{-5} \cdot T_{cp} (T_{уз}, T_{вн.тр}) - 4,328 \cdot 10^{-8} \cdot T_{cp} (T_{уз}, T_{вн.тр})^2 , \quad (31)$$

$$Gr^* (T_{уз}, T_{вн.тр}) = \frac{g(r_{вн.тр} - r_{уз})^3 2(T_{уз} - T_{вн.тр})}{(T_{уз} + T_{вн.тр})(1,354 \cdot 10^{-5} + 8,824 \cdot 10^{-8} \cdot T_{cp} (T_{уз}, T_{вн.тр}) - 4,646 \cdot 10^{-10} \cdot T_{cp} (T_{уз}, T_{вн.тр})^2)^2} , \quad (32)$$

$$Pr^* (T_{уз}, T_{вн.тр}) = 0,717 - 1,685 \cdot 10^{-4} \cdot T_{cp} (T_{уз}, T_{вн.тр}) + 6,911 \cdot 10^{-7} \cdot T_{cp} (T_{уз}, T_{вн.тр})^2 , \quad (33)$$

$$T_{cp} (T_{уз}, T_{вн.тр}) = \frac{T_{уз} + T_{вн.тр}}{2} , \quad (34)$$

$$\frac{2\pi \lambda_3 (T_{уз}, T_{вн.тр}) (T_{уз} - T_{вн.тр})}{\ln \left(\frac{r_{вн.тр}}{r_{уз}} \right)} = \frac{2\pi \lambda_{тр} (T_{вн.тр} - T_{н.тр})}{\ln \left(\frac{r_{н.тр}}{r_{вн.тр}} \right)} , \quad (35)$$

$$\frac{2\pi \lambda_{тр} (T_{вн.тр} - T_{н.тр})}{\ln \left(\frac{r_{н.тр}}{r_{вн.тр}} \right)} = \left[\frac{\lambda_6 (T_{н.тр}, T_6)}{2r_{н.тр}} \left\{ 0,752 + \frac{0,387 Gr (T_{н.тр}, T_6) (Pr (T_{н.тр}, T_6))^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0,559}{Pr (T_{н.тр}, T_6)} \right)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\} + \varepsilon \sigma (T_{н.тр} + T_6) (T_{н.тр}^2 + T_6^2) \right] \times (T_{н.тр} - T_6) \cdot 2\pi r_{н.тр} , \quad (36)$$

где

$$\lambda_{\epsilon}(T_{н.мп}, T_{\epsilon}) = 0,02416 + 7,616 \cdot 10^{-5} \cdot T_{cp}(T_{н.мп}, T_{\epsilon}) - 4,328 \cdot 10^{-8} \cdot T_{cp}(T_{н.мп}, T_{\epsilon})^2, \quad (37)$$

$$Gr(T_{н.мп}, T_{\epsilon}) = \frac{g(2r_{н.мп})^3 2(T_{н.мп} - T_{\epsilon})}{(T_{н.мп} + T_{\epsilon})(1,354 \cdot 10^{-5} + 8,824 \cdot 10^{-8} \cdot T_{cp}(T_{н.мп}, T_{\epsilon}) - 4,646 \cdot 10^{-10} \cdot T_{cp}(T_{н.мп}, T_{\epsilon})^2)^2}, \quad (38)$$

$$Pr(T_{н.мп}, T_{\epsilon}) = 0,717 - 1,685 \cdot 10^{-4} \cdot T_{cp}(T_{н.мп}, T_{\epsilon}) + 6,911 \cdot 10^{-7} \cdot T_{cp}(T_{н.мп}, T_{\epsilon})^2, \quad (39)$$

$$T_{cp}(T_{н.мп}, T_{\epsilon}) = \frac{T_{н.мп} + T_{\epsilon}}{2}. \quad (40)$$

Решение системы уравнений (28)-(40) было осуществлено при помощи пакета MathCad14. Физические и геометрические параметры соответствовали проводу силовому с пластмассовой изоляцией марки ПВ 1х10 – одножильный провод, токоведущая жила медная, многопроволочная, сечением 10 мм² материал изоляции ПВХ пластикат. Диаметр токоведущей жилы: 0,00355 м, внешний диаметр изоляции: 0,0054 м, внутренний диаметр трубы: 0,046 м, внешний диаметр трубы: 0,05 м. Температура окружающей среды: $t = 17,2$ °С. Удельное электрическое сопротивление меди $\gamma_0 = 17,5 \cdot 10^{-9}$ (Ом·м), температурный коэффициент сопротивления $\beta = 400 \cdot 10^{-5}$ (1/К), коэффициент теплопроводности меди $\lambda_{жс} = 401$ (Вт/м К), коэффициент теплопроводности ПВХ $\lambda_{из} = 0,21$ (Вт/м К), коэффициент теплопроводности поливинилхлорида $\lambda_{мп} = 0,16$ (Вт/м К).

Для проверки адекватности полученной модели нагрева проводника были проведены экспериментальные исследования установившегося режима нагрева силового провода с пластмассовой изоляцией марки ПВ 1х10, проложенного в трубе. Температура измерялась термоэлектрическими преобразователями типа ТХА1199, которые устанавливались методом зачеканки на стыке изоляции и жилы.

Результаты расчета и эксперимента приведены на рисунке. Здесь сплошная линия соответствует результатам расчета, точки – эксперимента. Как видно, наблюдается хорошее совпадение результатов расчетов и эксперимента. При токах до 120 А максимальное отклонение не превышает 5 %.

Таким образом, разработанная математическая модель достаточно хорошо описывает процесс стационарного нагрева одножильного изолированного проводника с током, проложенного в трубе. Полученное аналитическое решение может быть использовано для нормирования допустимых токов при различном сечении, материале токоведущей жилы проводника и изоляции.

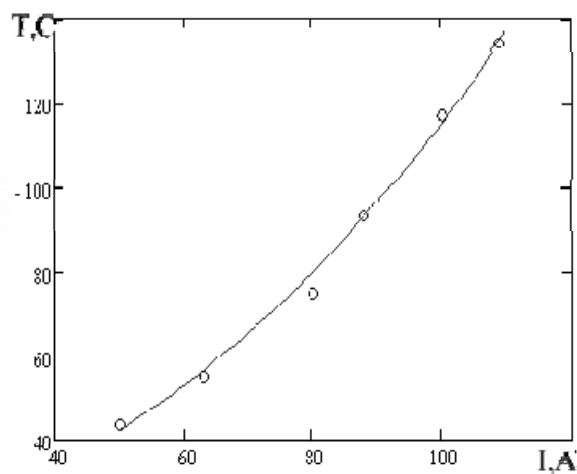


Рисунок – Зависимость температуры жилы от силы тока, протекающего по проводнику

ЛИТЕРАТУРА

1. Правила устройства электроустановок. – 6-е изд., перераб. и доп.. М.: Энергоатомиздат, 1986 – 648 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский – Москва: Наука, 1973. – 838 с.
3. Зигель Р. Теплообмен излучением / Р.Зигель, Дж. Хауэлл – Москва: Мир, 1975. – 928 с.
4. Хижняков С.В. Практические расчеты тепловой изоляции (для промышленного оборудования и трубопроводов) / С.В. Хижняков – Москва: Энергия, 1976. – 198 с.