

УДК 614.843.4

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОДНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ РАСПЫЛЕННОЙ СТРУИ ЖИДКОСТИ НА ВЫХОДЕ ИЗ ВОДОПЕННОГО НАСАДКА

Камлюк А.Н., к.ф.-м.н., доцент, Максимович Д.С., Чан Дык Хоан,
Карпенчук И.В., к.т.н., доцент

Командно-инженерный институт МЧС Республики Беларусь

e-mail: dimaks_1993@mail.ru

В работе предложена возможная математическая модель распыленной струи жидкости. Получена система уравнений, описывающих движение распыленной струи жидкости на выходе из водопенного насадка по предложенной модели. Проведены теоретические исследования по изучению основных характеристик насадка, влияющих на эффективность тушения.

The mathematical model of a spray liquid was considered in article. The system of equations, which describes the movement of the jet of atomized liquid leaving the water-foam head model was obtained. Theoretically study on the main characteristics of the nozzle in the effectiveness of extinguishing were conducted.

(Поступила в редакцию 1 июля 2014 г.)

Введение. Одной из основных задач, стоящих перед создателями современных систем пожаротушения, является повышение эффективности использования воды в качестве средства пожаротушения. Для повышения огнетушащей способности воды существует два подхода – химический и физический. Первый предполагает добавление в воду химических компонентов – пенообразователей. Второй подход заключается в использовании тонкораспыленной воды.

Невозможно указать на какое-нибудь определенное универсальное средство пожаротушения, которое одинаково эффективно позволяло бы осуществлять процесс тушения различных по природе и процессу протекания пожаров. В связи с этим целесообразно рассматривать использование воды и водопенных растворов как единое водопенное средство тушения.

Обновление средств подачи огнетушащих веществ в соответствии с уровнем мировых стандартов и научно-технических достижений сопровождается появлением на мировом рынке стволов нового поколения. В отличие от ранее применяемых, данные стволы позволяют подавать воду и водные растворы огнетушащих веществ в широком диапазоне расходов и давлений, а также пену низкой и средней кратности.

Несмотря на значительный технический прогресс в области развития и усовершенствования огнетушащих средств, вода и пена до сих пор остаются основными средствами тушения пожаров. Известно, что эффективность тушения пожаров в значительной степени зависит от совершенства приемов и способов подачи огнетушащих веществ. В пожарной службе используются стволы, не обладающие универсальностью. Так, на пожарных машинах нет таких стволов, с помощью которых можно было бы подавать водяные сплошные и распыленные струи или воздушно-механическую пену. В настоящее время для каждого типа струи применяют отдельный ствол, что требует при переходе от одного типа струи к другому из одной рукавной линии замены стволов. Это связано с потерей времени. Кроме того, использование трех типов стволов неоправданно и экономически. Таким образом, целесообразно создание универсального водопенного насадка, обеспечивающего получение и подачу низкократной пены и распыленных струй с оптимальными параметрами.

Уравнения движения. Распыливание жидкости, вытекающей из некоторого насадка в пространство, заполненное газом, является результатом взаимодействия потока

жидкости с окружающей газовой средой. Это взаимодействие носит сложный характер, так как распадается не только собственно струя, но и отдельные первичные капли.

В большинстве случаев скорость протекания соответствующих процессов распыливания определяется интенсивностью испарения жидкости и диффузионным обменом между средой и поверхностью капель. В связи с этим умение получить распыливание должной тонины и знание того, как распределяется плотность орошения по поперечному сечению струи, имеют первостепенное практическое значение. В самом общем случае, как и любое течение в газожидкостной системе, данный процесс описывается уравнениями движения фаз и условиями их взаимодействия на границах раздела [1].

Получим модель движения струи мелкодисперсной воды. Схема движения мелкодисперсной струи представлена на рис. 1.

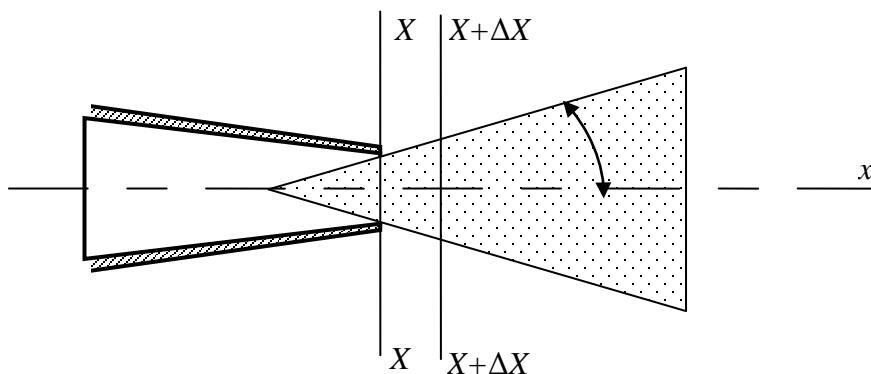


Рисунок 1 – Схема движения мелкодисперсной струи

Определим текущее объемное газосодержание как долю рассматриваемой элементарной площади (сечения X и $X+\Delta X$), занятой газом [2]:

$$\beta_t = \frac{dS_\Gamma}{dS}, \quad (1)$$

где β_t – текущее объемное газосодержание;

dS_Γ – элементарная площадь газовой фазы внутри рассматриваемой площади (сечения X и $X+\Delta X$);

dS – элементарная площадь.

Усредненное по времени текущее объемное газосодержание будем называть истинным объемным газосодержанием. Согласно правилу усреднения:

$$\beta = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \beta_t dt, \quad (2)$$

где β – истинное объемное газосодержание;

$\Delta t \gg 1/n$ – время усреднения (n – частота прохождения капельной фракции через сечение S_{x_0}).

Подставляя формулу (1) в формулу (2), с учетом постоянства при интегрировании величины элементарной площади получаем:

$$\beta = \frac{\langle dS_\Gamma \rangle}{dS}, \quad (3)$$

где $\langle dS_\Gamma \rangle$ – усредненная по времени элементарная площадь газа в элементарной площади dS , равная

$$\langle dS_r \rangle = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} (dS_r) dt. \quad (4)$$

Определим проекции на ось Ox сил, действующих на элементарный участок струи, заключенный между сечениями X и $X+\Delta X$ [1].

На элементарный участок струи, заключенный между сечениями X и $X+\Delta X$ действуют следующие силы: массовая сила, силы давления, действующие на площади сечений X и $X+\Delta X$, сила трения, действующая на границе «мелкодисперсная струя – внешняя газовая среда», сила лобового сопротивления.

Массовая сила:

$$\begin{aligned} G &= g_x \iiint_V [\beta \rho_r + (1-\beta) \rho_{ж}] dV = g_x \int_x^{x+\Delta x} dx \int_{S_x} [\beta \rho_r + (1-\beta) \rho_{ж}] dy dz = \\ &= g_x \left\{ \int_x^{x+\Delta x} [\beta \rho_r + (1-\beta) \rho_{ж}] S_x dx \right\} = g_x \left\{ \int_x^{x+\Delta x} \pi t g^2 \theta x^2 [\beta \rho_r + (1-\beta) \rho_{ж}] dx \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

где g_x – проекция ускорения свободного падения на ось Ox ;

$\rho_{ж}$ и ρ_r – плотности жидкой и газообразной фаз соответственно;

V – объем между сечениями X и $X+\Delta X$;

θ – половинный угол раскрытия струи.

Сила лобового сопротивления:

$$\begin{aligned} F &= \iint_{S_K} C_x \rho_r \frac{(\varrho_{ж} - \varrho_r)^2}{2} dS_K = \int_x^{x+\Delta x} dx \int_{S_x} C_x \rho_r \frac{(\varrho_{ж} - \varrho_r)^2}{2} \beta dS_x = \\ &= \int_x^{x+\Delta x} C_x \rho_r \beta \pi t g^2 \theta x^2 \frac{(\varrho_{ж} - \varrho_r)^2}{2} dx, \end{aligned} \quad (6)$$

где C_x – коэффициент лобового сопротивления отдельной капли, принимая допущение, что капли одинаковы и равны среднему значению;

$\varrho_{ж}$ и ϱ_r – истинные средние скорости жидкой и газообразной фаз соответственно;

S_K – площадь, занятая капельной фракцией.

Результирующая сила давления, действующая на площади сечений S_X и $S_{X+\Delta X}$, ограничивающие участок Δx :

$$\begin{aligned} P &= \iint_{S_X} (p_1(x,t) dS_X - p_2(x+\Delta x,t) dS_{X+\Delta X}) = \iint_{S_X} (p(x,t) dS_X - (p(x,t) + \frac{\partial p}{\partial x} dx) dS_{X+\Delta X}) = \\ &= \int_x^{x+\Delta x} dx \int_{S_x} (p dS_x - (p + \frac{\partial p}{\partial x} dx) dS_{X+\Delta X}) = - \int_x^{x+\Delta x} \pi t g^2 \theta (\frac{\partial p}{\partial x} (x+\Delta x)^2 + p(2x\Delta x + (\Delta x)^2)) dx, \end{aligned} \quad (7)$$

где p_1 – давление в нормальном сечении X к оси Ox ;

p_2 – давление в нормальном сечении $X+\Delta X$ к оси Ox .

Сила трения на границе «мелкодисперсная струя – внешняя газовая среда» без учета их взаимодействия:

$$\vec{T} = \iint_{S_{бок}} \vec{\tau} dS = \int_x^{x+\Delta x} \tau \frac{dx}{\cos \theta} \int_{l_x} \vec{e}_\tau dl, \quad (8)$$

где $S_{бок}$ – площадь боковой поверхности усеченного конуса между сечениями X и $X+\Delta X$;

$\vec{\tau}$ – вектор касательного напряжения;

l_x – длина окружности радиуса $r = x \operatorname{tg} \theta$;

\vec{e}_τ – вектор единичной длины, сонаправленный с $\vec{\tau}$.

В (8) учтем, что

$$\int_{l_x} \vec{e}_i dl = -2\pi \vec{e}_0 x \cos \theta \operatorname{tg} \theta = -2\pi \vec{e}_0 x \sin \theta, \quad (9)$$

где \vec{e}_0 – вектор единичной длины, сонаправленный с осью OX .

Тогда получим:

$$T = - \int_x^{x+\Delta x} 2\pi \operatorname{tg} \theta x dx. \quad (10)$$

Осредненную по сечению скорость данной фазы газожидкостного потока через единицу площади сечения запишем следующим образом [1]:

$$\mathcal{G}_{0i} = \frac{1}{\Delta t \sum_i S_i} \int_{\Delta t} \left(\sum_i \int_{S_i} \mathcal{G}_i dS \right) dt, \quad \Delta t \gg \frac{1}{n}, \quad (11)$$

где \mathcal{G}_i – истинная средняя скорость течения в рассматриваемом сечении, занятом в данный момент времени i -ой фазой.

Истинную среднюю скорость в рассматриваемом сечении можно определить по следующим формулам [1]:

$$\mathcal{G}_r = \frac{\mathcal{G}_{0r}}{\beta}; \quad \mathcal{G}_ж = \frac{\mathcal{G}_{0ж}}{1-\beta}, \quad (12)$$

где $\mathcal{G}_{0ж}$ и \mathcal{G}_{0r} – осредненные по сечению скорости жидкой и газообразной фаз соответственно.

Для элементарного участка струи, заключенного между сечениями X и $X+\Delta X$, считая, что $\Delta X \ll 1$, запишем закон изменения импульса с точностью до членов 2-го порядка малости с учетом соотношений (5) – (7) и (10):

$$g_x \pi \operatorname{tg}^2 \theta x^2 [\beta \rho_r + (1-\beta) \rho_ж] dx + C_x \beta \pi \operatorname{tg}^2 \theta x^2 \rho_r \frac{(\mathcal{G}_{0ж} - \mathcal{G}_{0r})^2}{2} dx - \pi \operatorname{tg}^2 \theta x^2 \frac{\partial p}{\partial x} dx - 2\pi (\operatorname{tg} \theta) x \tau dx = \quad (13)$$

$$= \{(W_ж + dW_ж)(\mathcal{G}_ж + d\mathcal{G}_ж) + (W_r + dW_r)(\mathcal{G}_r + d\mathcal{G}_r)\} \pi \operatorname{tg}^2 \theta x^2 - (W_ж \mathcal{G}_ж + W_r \mathcal{G}_r) S_0,$$

где $W_ж$ и W_r – соответственно массовые расходы жидкой и газообразной фаз;

S_0 – площадь сечения выходного отверстия насадка.

Для преобразований уравнения (13) используем следующие соотношения применительно к рассматриваемому случаю [1]:

$$d\mathcal{G}_i = \frac{\partial \mathcal{G}_i}{\partial t} dt + \frac{\partial \mathcal{G}_i}{\partial x} dx; \quad \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right) = \mathcal{G}_i; \quad -dW_ж = dW_r.$$

Учитывая вышеизложенное, получим уравнение:

$$\begin{aligned}
 & g_x \pi t g^2 \theta x^2 [\beta \rho_r + (1 - \beta) \rho_{ж}] + C_x \beta \pi t g^2 \theta x^2 \rho_r \frac{(\mathcal{G}_{0ж} - \mathcal{G}_{0r})^2}{2} - \pi t g^2 \theta x^2 \frac{\partial p}{\partial x} dx - 2\pi(tg\theta) \cdot x t = \\
 & = \left\{ (1 - \beta) \rho_{ж} \left(\frac{\partial \mathcal{G}_{ж}}{\partial t} + \mathcal{G}_{ж} \frac{\partial \mathcal{G}_{ж}}{\partial x} \right) + \beta \rho_r \left(\frac{\partial \mathcal{G}_r}{\partial t} + \mathcal{G}_r \frac{\partial \mathcal{G}_r}{\partial x} \right) \right\} \pi t g^2 \theta x^2 + \\
 & + \left\{ (\mathcal{G}_r - \mathcal{G}_{ж}) \left[\frac{\partial}{\partial t} (\beta \rho_r) + \frac{\partial}{\partial x} (\beta \rho_r \mathcal{G}_r) \right] \right\} S_0.
 \end{aligned} \tag{14}$$

Уравнение неразрывности в данном случае можно записать в виде:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} [\rho_{ж} (1 - \beta) + \rho_r \beta] + \frac{\partial}{\partial x} [\rho_{ж} (1 - \beta) \mathcal{G}_{ж} + \rho_r \beta \mathcal{G}_r] \right) \cdot \pi t g^2 \theta x^2 = 0. \tag{15}$$

В случае установившегося движения уравнения (14) и (15) примут вид:

$$g_x \pi t g^2 \theta x^2 [\beta \rho_r + (1 - \beta) \rho_{ж}] + C_x \beta \rho_r \pi t g^2 \theta x^2 \frac{(\mathcal{G}_{0ж} - \mathcal{G}_{0r})^2}{2} - \pi t g^2 \theta x^2 \frac{dp}{dx} - 2\pi t g \theta x = \tag{16}$$

$$= \{(1 - \beta) \rho_{ж} \mathcal{G}_{ж} \frac{d\mathcal{G}_{ж}}{dx} + \beta \rho_r \mathcal{G}_r \frac{d\mathcal{G}_r}{dx}\} \pi t g^2 \theta x^2 + \{(\mathcal{G}_r - \mathcal{G}_{ж}) \beta \rho_r \frac{d\mathcal{G}_r}{dx}\} S_0;$$

$$\left(\frac{d}{dx} [\rho_{ж} (1 - \beta) \mathcal{G}_{ж} + \rho_r \beta \mathcal{G}_r] \right) \cdot \pi t g^2 \theta x^2 = 0. \tag{17}$$

Поскольку плотность жидкости (вода, раствор ПАВ) намного больше плотности газа ($\rho_{ж} \gg \rho_r$), давление во всех сечениях струи одинаково и равно давлению среды, в которую происходит истечение, а величины $\mathcal{G}_{ж}$ и \mathcal{G}_r , $\frac{d\mathcal{G}_{ж}}{dx}$ и $\frac{d\mathcal{G}_r}{dx}$ – одного порядка, то получаем следующие уравнения:

$$g_x \beta \rho_{ж} \pi t g^2 \theta x^2 + C_x \beta \rho_r \pi t g^2 \theta x^2 \frac{(\mathcal{G}_{0ж} - \mathcal{G}_{0r})^2}{2} - 2\pi t g \theta x = \tag{18}$$

$$= (1 - \beta) \rho_{ж} \mathcal{G}_{ж} \frac{d\mathcal{G}_{ж}}{dx} \pi t g^2 \theta x^2 + (\mathcal{G}_r - \mathcal{G}_{ж}) \beta \rho_r \frac{d\mathcal{G}_r}{dx} S_0;$$

$$\rho_{ж} (1 - \beta) \mathcal{G}_{ж} \cdot \pi t g^2 \theta x^2 = \text{const}. \tag{19}$$

В конечном итоге уравнения (18) и (19) можно считать определяющими при движении струи мелкодисперсной воды. Для замыкания системы полученных уравнений необходимо получение решений для мелкодисперсной воды для величин C_x и β , которые непосредственно связаны с диаметром капель диспергируемой жидкости. В конечном итоге из системы двух уравнений получим неопределенность только в C_x , т. е. в коэффициенте лобового сопротивления отдельной капли, который в каждом конкретном случае будет зависеть от степени диспергирования (т. е. от диаметра капель). На данном этапе зависимость C_x от различных факторов не исследована. Касательное напряжение τ может быть определено, например, из условий определения сил трения при обтекании сферической частицы. Однако поскольку речь идет только о «границе» струи и внешней среды, где участвует только 0,1 % всей массы капель, этой величиной можно пренебречь. В конечном виде уравнения движения струи мелкодисперсной жидкости можно представить в виде:

$$\begin{aligned}
 & g_x \beta \rho_{ж} \pi t g^2 \theta x^2 + C_x \beta \rho_r \pi t g^2 \theta x^2 \frac{(\mathcal{G}_{0ж} - \mathcal{G}_{0r})^2}{2} = \\
 & = (1 - \beta) \rho_{ж} \mathcal{G}_{ж} \frac{d\mathcal{G}_{ж}}{dx} \pi t g^2 \theta x^2 + (\mathcal{G}_r - \mathcal{G}_{ж}) \beta \rho_r \frac{d\mathcal{G}_r}{dx} S_0.
 \end{aligned} \tag{20}$$

Значения осредненных скоростей в произвольных точках струи в пределах основного участка можно определять по теории Прандтля-Шлихтинга [3]:

$$\frac{g_{0i}}{g_{0\max}} = \left(1 - \left(\frac{y}{b} \right)^{1,5} \right)^2, \quad (21)$$

где $g_{0\max}$ – осредненная по сечению скорость течения струи на выходе из насадка;
 y – расстояние от рассматриваемой точки до оси струи;
 b – полутолщина струи жидкости в рассматриваемом сечении.

Скорость течения струи на выходе из насадка можно определить как

$$g_{0\max} = \varphi \sqrt{2gH}, \quad (22)$$

где φ – коэффициент скорости;
 H – напор столба жидкости на выходе из насадка.

Полутолщину струи жидкости в рассматриваемом сечении получим из следующего соотношения [5]:

$$b = 0,8 \sqrt{C_x r_0 x}, \quad (23)$$

где r_0 – радиус выходного отверстия насадка.

Подставляя формулы (22) и (23) в формулу (21), после преобразования с учетом того, что величина y численно равна радиусу выходного отверстия насадка, получаем:

$$g_{0i} = \varphi \sqrt{2gH} \left(1 - \left(\sqrt{\frac{25r_0}{8C_x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^{1,5} \right)^2. \quad (24)$$

Значение половинного угла раскрытия струи на выходе из насадка, с учетом тригонометрической формулы для половинного угла, можно определить по данным представленным в [4]:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{Cd^{0,375} \mu^{-0,5} g^{-0,125} g^{0,75} \rho_r^{0,5}}{1 + \sqrt{1 + (Cd^{0,375} \mu^{-0,5} g^{-0,125} g^{0,75} \rho_r^{0,5})^2}}, \quad (25)$$

где C – безразмерный коэффициент, характеризующий насадок (его форму, размеры, чистоту обработки) и условия подвода к нему жидкости;

d – диаметр насадка;

μ – коэффициент динамической вязкости воды.

Наиболее оптимальная форма насадка – коноидальная. Коэффициент расхода достигает 0,98. Но из-за трудности изготовления наиболее часто в качестве насадков используют конические сходящиеся с коэффициентом расхода 0,94-0,95.

Заключение. Таким образом, получены уравнения (19) и (20), которые описывают одномерное движение распыленной струи жидкости.

Изучим влияние диаметра выходного отверстия насадка на коэффициент лобового сопротивления. Для этого в уравнениях (19) и (20) примем следующие значения параметров плотность воды $\rho_{ж} = 1000 \text{ кг/м}^3$, плотность воздуха $\rho_r = 1,292 \text{ кг/м}^3$, ускорение свободного падения $g = 9,81 \text{ м/с}^2$, коэффициент динамической вязкости воды

$\mu = 1,792 \cdot 10^{-3}$ Па·с, безразмерный коэффициент $C = 0,95$, характеризующий насадок (его форму, размеры, чистоту обработки) и условия подвода к нему жидкости.

Зависимость коэффициента лобового сопротивления от диаметра выходного отверстия насадка представлена на рис. 2. Исследование проводилось на расстоянии 15 м от насадка при напоре столба жидкости 100 м.

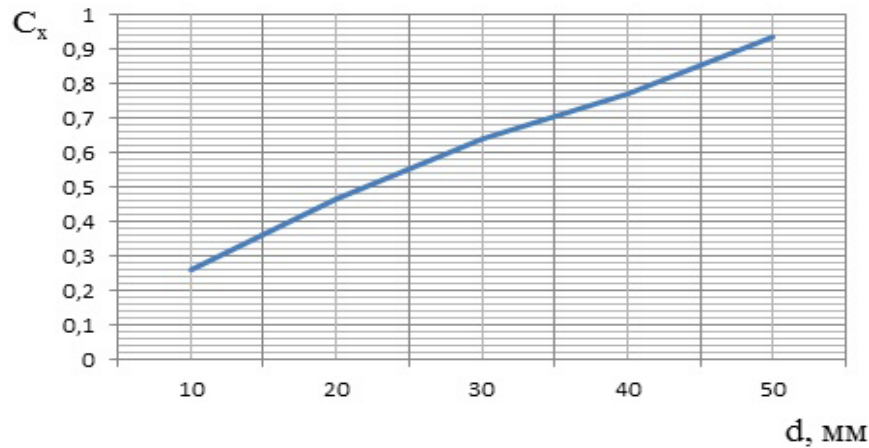


Рисунок 2 – Зависимость коэффициента лобового сопротивления от диаметра выходного отверстия насадка

Результаты исследования могут быть использованы для принятия инженерно-технических решений при проектировании распыливающих форсунок и водопенных насадок.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кутателадзе С.С., Стырикович М.А. Гидродинамика газожидкостных систем / С.С. Кутателадзе, М.А. Стырикович – М.: Энергия, 1976. – 296 с.
2. Чермошенцева А.А., Шулюпин А.Н. Математическое моделирование пароводяных течений в элементах оборудования геотерминальных промыслов / А.А. Чермошенцева, А.Н. Шулюпин. – Петропаловск-Камчатский: КмачатГТУ, 2011. – 145 с.
3. Абрамович Г.Н. Теория турбулентных струй / Г.Н. Абрамович – М.: Физматгиз, 1960. – 715 с.
4. Безухов А.П. Зависимость угла раскрытия струи воды водовоздушного эжектора от количества растворенного воздуха / А.П. Безухов – М.: Современное машиностроение. Выпуск 2, 2000. – 56-59 с.
5. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг – М.: Физматгиз, 1972. – 711 с.
6. Аэрогидродинамика / Е.Н. Бондарев [и др.] – М.: Машиностроение, 1993 – 608 с.